
ΤΑΞΗ Β΄
ΘΕΤΙΚΗ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ
Διαγώνισμα στη Θεωρία Αριθμών
ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 1998-1999
Καθηγητής: Ν.Σ. Μαυρογιάννης

ΖΗΤΗΜΑ 1

Δίνεται ο κύκλος $C: x^2 + y^2 = 5$ και το σημείο

1. Να αποδείξετε ότι το τετράγωνο ενός ακεραίου παίρνει τη μορφή:

$$\alpha^2 = 3\kappa, \kappa \in \mathbb{Z} \text{ ή } \alpha^2 = 3\kappa + 1, \kappa \in \mathbb{Z}.$$

2. Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του αριθμού $(1998^2 + 1999^2)^2$ δια του 3.

ΖΗΤΗΜΑ 2

Έστω $\alpha, \beta, \kappa, \lambda \in \mathbb{Z}$ με $\kappa \neq \lambda$. Αν $(\kappa - \lambda) \mid (\kappa\alpha + \lambda\beta)$, να αποδείξετε ότι

1. $(\kappa - \lambda) \mid (\lambda\alpha + \kappa\beta)$.

2. Ο αριθμός

$$\frac{(\kappa + \lambda)(\alpha + \beta)}{\kappa - \lambda}$$

είναι ακέραιος.

ΣΗΜΕΙΩΣΗ

ΖΗΤΗΜΑ 1,1: Σχολικό βιβλίο A2 ii) σελ. 144

ΖΗΤΗΜΑ 2,1: Σχολικό βιβλίο B7 σελ. 150