
ΤΑΞΗ Γ'
ΘΕΤΙΚΗ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ
Διαγώνισμα στα Όρια και τη Συνέχεια Συναρτήσεων
ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2003-2004
Καθηγητής: Ν.Σ. Μαυρογιάννης

ΖΗΤΗΜΑ 1

Έστω η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} \alpha^2 x^2 + \beta x - 12 & , x < 1 \\ 5 & , x = 1 \\ \alpha x + \beta & , x > 1 \end{cases}$$

όπου $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

1. Να βρείτε τις τιμές των α, β ώστε η f να είναι συνεχής στο $x_0 = 1$.
2. Με δεδομένο ότι η f είναι συνεχής και ότι $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ να αποδείξετε η εξίσωση

$$(f(x))^{2003} = \lambda$$

έχει λύση για κάθε λ .

ΖΗΤΗΜΑ 2

Έστω η συνάρτηση $g(x) = \frac{x - \sqrt{x^2 + 1}}{x - \sqrt{x^2 - 1}}$.

1. Να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.
2. (α') Να αποδείξετε ότι για κάθε $x > 1$ ισχύει $g(x) + 1 > 0$.

(β') Να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{1+g(x)} + \eta\mu x \right)$

ΣΗΜΕΙΩΣΗ

ΖΗΤΗΜΑ 1,1: Σχολικό βιβλίο Β2 σελ. 199
ΖΗΤΗΜΑ 2,1: Σχολικό βιβλίο Α3 ν) σελ. 187