

---

ΤΑΞΗ Γ'  
ΘΕΤΙΚΗ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ  
Διαγώνισμα στις Παραγώγους  
ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2003-2004  
Καθηγητής: Ν.Σ. Μαυρογιάννης

---

ΖΗΤΗΜΑ 1

Έστω η συνάρτηση

$$f(x) = \frac{x}{e^x}$$

1. Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας της  $f$
2. Να βρείτε τα διαστήματα που η  $f$  είναι κοίλη-κυρτή.

ΖΗΤΗΜΑ 2

Έστω οι συναρτήσεις

$$f(x) = e^x$$
$$g(x) = -x^2 - x$$

1. Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη της  $C_f$  στο σημείο  $A(0, 1)$  εφάπτεται και στην  $C_g$ .
2. (α') Να αποδείξετε ότι η εξίσωση

$$e^x + 2x + 1 = 0$$

έχει μία μοναδική ρίζα  $\xi$  στο διάστημα  $(-1, 0)$ .

- (β') Να αποδείξετε ότι η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης  $f(x) - g(x)$  είναι  $\xi^2 - \xi - 1$  όπου  $\xi$  είναι ο αριθμός του ερωτήματος α').
- (γ') Να αποδείξετε ότι αν  $\lambda > 1$  τότε η εξίσωση  $f(x) - g(x) = \lambda$  έχει ακριβώς δύο λύσεις.

---

ΣΗΜΕΙΩΣΗ

ΖΗΤΗΜΑ 1,1: Σχολικό βιβλίο Α5 ii) σελ. 238

ΖΗΤΗΜΑ 2,1: Σχολικό βιβλίο Β4 σελ. 240