
ΤΑΞΗ Γ'
ΘΕΤΙΚΗ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ
Διαγώνισμα στα Ολοκληρώματα
ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2004-2005
Καθηγητής: Ν.Σ. Μαυρογιάννης

ΖΗΤΗΜΑ 1

1. Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα

$$\int \frac{\ln x}{x^2} dx$$

2. Έστω $\alpha > 1$ και $S(\alpha)$ το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από την γραφική παράσταση της $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$, τον άξονα $x'x$ και τις ευθείες $x = 1$, $x = \alpha$.

(α') Να εκφράσετε το $S(\alpha)$ συναρτήσει του α .

(β') Να αποδείξετε ότι $\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} S(\alpha) = 1$.

ΖΗΤΗΜΑ 2

Έστω η συνάρτηση

$$F(x) = \int_{\sqrt{x}}^1 \frac{\sigma \nu \theta}{\theta} d\theta$$

1. Να βρείτε την παράγωγο της F .
2. Να αποδείξετε ότι για κάθε θετικό αριθμό k ισχύει

$$\int_1^x \frac{\sigma \nu k \theta}{\theta} d\theta = F(k^2) - F(k^2 x^2)$$

ΣΗΜΕΙΩΣΗ

ΖΗΤΗΜΑ 1,1: Σχολικό βιβλίο A1 vi) σελ. 316

ΖΗΤΗΜΑ 2,1: Σχολικό βιβλίο A5 ii) σελ. 338