

---

ΤΑΞΗ Γ  
ΘΕΤΙΚΗ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ  
Διαγώνισμα στις Παραγώγους  
ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2005-2006  
Καθηγητής: Ν.Σ. Μαυρογιάννης

---

ΖΗΤΗΜΑ 1

Έστω η συνάρτηση  $f(x) = x^x$ .

1. Να μελετήσετε ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα την  $f$ .
2. Να λύσετε την εξίσωση  $ex^{ex} = 1$

ΖΗΤΗΜΑ 2

Έστω  $f$  μία συνάρτηση, δύο φορές παραγωγίσιμη στο  $(-2, 2)$  για την οποία, για όλα τα  $x$ , ισχύει

$$f^2(x) - 2f(x) + x^2 - 3 = 0$$

1. Να αποδείξετε ότι η  $f$  δεν έχει σημεία καμπής.
2. (α') Να αποδείξετε ότι για όλα τα  $x$  ισχύει

$$f''(x)(1 - f(x)) = 1 + (f'(x))^2$$

(β') Να αποδείξετε ότι η  $f''$  είναι συνεχής.

(γ') Υποθέτουμε ότι η  $f$  έχει μία τουλάχιστον ρίζα.

- i. Να εξετάσετε αν υπάρχει  $x_0$  ώστε  $f(x_0) > 1$ .
- ii. Να βρείτε την  $f$ .

---

ΣΗΜΕΙΩΣΗ

ΖΗΤΗΜΑ 1,1: Σχολικό βιβλίο A4 ii) σελ. 268

ΖΗΤΗΜΑ 2,1: Σχολικό βιβλίο B5 i) σελ. 279