



Τμήμα Γ Θετική, Γ2 Τεχνολογική
Καθηγητής: Ν.Σ. Μαυρογιάννης
ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 6
4 Μαρ. 2013

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

ΘΕΜΑ 1

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$.

- (α') Να αποδείξετε ότι η f παρουσιάζει ένα τοπικό μέγιστο, ένα τοπικό ελάχιστο και ένα σημείο καμπής.
(β') Αν x_1, x_2 είναι οι θέσεις των τοπικών ακροτάτων και x_3 η θέση του σημείου καμπής, να αποδείξετε ότι τα σημεία $A(x_1, f(x_1))$, $B(x_2, f(x_2))$ και $\Gamma(x_3, f(x_3))$ είναι συνευθειακά.
- Θεωρούμε την εφαπτομένη ε της γραφικής παράστασης της C_f σε ένα οποιοδήποτε σημείο της Δ διάφορο του σημείου καμπής. Να αποδείξετε ότι ε τέμνει την C_f σε ένα ακόμη σημείο E διάφορο του Δ .

ΘΕΜΑ 2

Έστω $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ μία παραγωγίσιμη συνάρτηση.

- Να αποδείξετε ότι

$$\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{e^x f(x) - e^\alpha f(\alpha)}{x - \alpha} = e^\alpha (f(\alpha) + f'(\alpha))$$

- Αν για κάθε α ισχύει

$$\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{e^{x-\alpha} f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha} = 1$$

και $f(0) = 0$ να βρείτε την f .

Καλή Επιτυχία

Θέμα 1.1 Σχολικό Βιβλίο 278-B4
Θέμα 2.1 Σχολικό Βιβλίο 240-B7(ii)