Α΄ Ομάδα

Διαγώνισμα Α΄ τετράμηνου στην Άλγεβρα
Α΄ Λυκείου

Ενότητα: Κεφάλαιο 2ο

Εισηγητής: Πρωτοπαπάς Ελευθέριος

Ονοματεπώνυμο: ……..
Ημερομηνία: …… Τμήμα: …….....

ΘΕΜΑ 1ο (Μονάδες 10 – 20)
Α. Τι ονομάζουμε τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού α;
Β. Να αποδείξετε ότι: $|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$ για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

ΘΕΜΑ 2ο (Μονάδες 20 – 10)
Δίνεται η παράσταση $A = (x+2)^3 - x^2(x+4) + 28 + y(y+2x)$.
α) Να αποδείξετε ότι $A = (x+y)^2 + (x+6)^2$.
β) Να λύσετε την εξίσωση A = 0.

ΘΕΜΑ 3ο (Μονάδες 5 – 10 – 5)
Να γράψετε τις παραστάσεις χωρίς απόλυτα:
A = |π – 5|
B = |y – 5|
Γ = |x – 5| + |x + 1|, για 0 < x < 4

ΘΕΜΑ 4ο (Μονάδες 10 – 10)
Να αποδείξετε ότι:

α) $\dfrac{1}{\sqrt{5}-1} = \dfrac{\sqrt{5}+1}{4}$

β) $\dfrac{4}{\sqrt{5}-1} - \dfrac{1}{\sqrt{5}+2} = 3$

Καλή επιτυχία

Β΄ Ομάδα

Διαγώνισμα Α΄ τετράμηνου στην Άλγεβρα
Α΄ Λυκείου

Ενότητα: Κεφάλαιο 2ο

Εισηγητής: Πρωτοπαπάς Ελευθέριος

Ονοματεπώνυμο: ……..
Ημερομηνία: …… Τμήμα: …….....

ΘΕΜΑ 1ο (Μονάδες 10 – 20)
Α. Τι ονομάζουμε απόλυτη τιμή ενός αριθμού α;
Β. Να αποδείξετε ότι: $\sqrt[\nu]{\alpha \cdot \beta} = \sqrt[\nu]{\alpha} \cdot \sqrt[\nu]{\beta}$ για κάθε $\alpha, \beta \geq 0$, όπου $\nu \in \mathbb{N}^*$.

ΘΕΜΑ 2ο (Μονάδες 20 – 10)
Δίνεται η παράσταση $A = (x-1)^3 - x^2(x-5) + x - y(2x-y) + 5$.
α) Να αποδείξετε ότι $A = (x+2)^2 + (x-y)^2$.
β) Να λύσετε την εξίσωση A = 0.

ΘΕΜΑ 3ο (Μονάδες 5 – 10 – 5)
Να γράψετε τις παραστάσεις χωρίς απόλυτα:
A = |π – 1|
B = |y – 1|
Γ = |x – 2| + |x – 9|, για 3 < x < 7

ΘΕΜΑ 4ο (Μονάδες 10 – 10)
Να αποδείξετε ότι:

α) $\dfrac{1}{3+\sqrt{3}} = \dfrac{3-\sqrt{3}}{6}$

β) $\dfrac{1}{\sqrt{3}-3} + \dfrac{1}{\sqrt{3}+1} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

Καλή επιτυχία

Απαντήσεις διαγωνίσματος Α΄ τετράμηνου στην Άλγεβρα
Α΄ Λυκείου

Α΄ Ομάδα

ΘΕΜΑ 1ο
Α. Σχολικό βιβλίο σελίδα 69.
Β. Σχολικό βιβλίο σελίδα 62.

ΘΕΜΑ 2ο
α) $A = (x+2)^3 - x^2(x+4) + 28 + y(y+2x)$

$= x^3 + 6x^2 + 12x + 8 - x^3 - 4x^2 + 28 + y^2 + 2xy$

$= 2x^2 + 12x + 36 + y^2 + 2xy = x^2 + 12x + 36 + y^2 + 2xy + x^2 = (x+6)^2 + (x+y)^2$.

β) $A = 0 \Leftrightarrow (x+6)^2 + (x+y)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+6=0 \\ x+y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-6 \\ y=-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-6 \\ y=6 \end{cases}$.

ΘΕΜΑ 3ο
$A = |\pi - 5| = -(\pi - 5) = -\pi + 5 = 5 - \pi$, αφού $\pi < 5$.

$B = |y-5| = \begin{cases} y-5, & y-5 \geq 0 \\ -(y-5), & y-5 < 0 \end{cases} = \begin{cases} y-5, & y \geq 5 \\ -y+5, & y < 5 \end{cases}$.

$\Gamma = |x-5| + |x+1| = -x + 5 + x + 1 = 6$, αφού

- $0 < x < 4 \Leftrightarrow 0 - 5 < x - 5 < 4 - 5 \Leftrightarrow -5 < x - 5 < -1$, δηλαδή $x - 5 < 0$, άρα $|x-5| = -x + 5$

και

- $0 < x < 4 \Leftrightarrow 0 + 1 < x + 1 < 4 + 1 \Leftrightarrow 1 < x + 1 < 5$, δηλαδή $x + 1 > 0$, άρα $|x+1| = x + 1$.

ΘΕΜΑ 4ο
α) $\dfrac{1}{\sqrt{5}-1} = \dfrac{\sqrt{5}+1}{\left(\sqrt{5}-1\right)\left(\sqrt{5}+1\right)} = \dfrac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}^2 - 1^2} = \dfrac{\sqrt{5}+1}{5-1} = \dfrac{\sqrt{5}+1}{4}$.

β) $\dfrac{4}{\sqrt{5}-1} - \dfrac{1}{\sqrt{5}+2} = 4 \cdot \dfrac{1}{\sqrt{5}-1} - \dfrac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}^2 - 2^2} = 4 \cdot \dfrac{\sqrt{5}+1}{4} - \dfrac{\sqrt{5}-2}{5-4} =$

$= \sqrt{5} + 1 - \left(\sqrt{5} - 2\right) = \sqrt{5} + 1 - \sqrt{5} + 2 = 3$.

Β΄ Ομάδα

ΘΕΜΑ 1ο
Α. Σχολικό βιβλίο σελίδα 61.
Β. Σχολικό βιβλίο σελίδα 71.

ΘΕΜΑ 2ο
α) $A = (x-1)^3 - x^2(x-5) + x - y(2x-y) + 5$

$= x^3 - 3x^2 + 3x - 1 - x^3 + 5x^2 + x - 2xy + y^2 + 5$

$= 2x^2 + 4x - 2xy + y^2 + 4 = x^2 + 4x + 4 + x^2 - 2xy + y^2 = (x+2)^2 + (x-y)^2$.

β) $A = 0 \Leftrightarrow (x+2)^2 + (x-y)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+2=0 \\ x-y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ x=y \end{cases} \Leftrightarrow x = y = -2$.

ΘΕΜΑ 3ο

$A = |\pi - 1| = \pi - 1$, αφού $\pi > 1$.

$$B = |y-1| = \begin{cases} y-1, & y-1 \geq 0 \\ -(y-1), & y-1 < 0 \end{cases} = \begin{cases} y-1, & y \geq 1 \\ -y+1, & y < 1 \end{cases}.$$

$\Gamma = |x-2| + |x-9| = x - 2 - (x-9) = x - 2 - x + 9 = 7$, αφού

- $3 < x < 7 \Leftrightarrow 3 - 2 < x - 2 < 7 - 2 \Leftrightarrow 1 < x - 2 < 5$, δηλαδή $x - 2 > 0$, άρα $|x-2| = x - 2$

και

- $3 < x < 7 \Leftrightarrow 3 - 9 < x - 9 < 7 - 9 \Leftrightarrow -6 < x - 9 < -2$, δηλαδή $x - 9 < 0$, άρα $|x-9| = -x + 9$.

ΘΕΜΑ 4ο

α) $$\frac{1}{3+\sqrt{3}} = \frac{3-\sqrt{3}}{\left(3+\sqrt{3}\right)\left(3-\sqrt{3}\right)} = \frac{3-\sqrt{3}}{3^2-\sqrt{3}^2} = \frac{3-\sqrt{3}}{9-3} = \frac{3-\sqrt{3}}{6}.$$

β) $$\frac{1}{\sqrt{3}-3} + \frac{1}{\sqrt{3}+1} = \frac{3-\sqrt{3}}{6} + \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}^2-1} = \frac{3-\sqrt{3}}{6} + \frac{\sqrt{3}-1}{2} = \frac{3-\sqrt{3}}{6} + \frac{3\cdot\left(\sqrt{3}-1\right)}{3\cdot 2}$$

$$= \frac{3-\sqrt{3}+3\sqrt{3}-3}{6} = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$