

Διαγώνισμα (Πραγματικοί Αριθμοί – Διάταξη - Απόλυτες τιμές - Ρίζες) – Α΄ Λυκείου

Όνοματεπώνυμο..... Ημερομηνία: 03 / 01/ 2014 Βαθμός.....

Διάρκεια εξέτασης 3 ώρες

Εισηγητής : Μανώλης Ανδρέας

Θέμα 1^ο

A. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σ ή Λ

i. Για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ισχύει $(\alpha - \beta)^3 = \alpha^3 - \beta^3$

ii. Ισχύει ότι $\sqrt{\alpha^2} = \alpha$ για όλους τους θετικούς ακέραιους α

iii. Ισχύει ότι $d(x,5) = |x + 5|$

iv. Ισχύει $\sqrt[\nu]{\alpha^\mu} = \alpha^{\frac{\mu}{\nu}}$ αν $\alpha > 0$ και μ, ν θετικοί ακέραιοι

v. Ισχύει ότι $\sqrt{6+4} = \sqrt{6} + \sqrt{4}$

Μον.10

B. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ταυτότητες :

$(\alpha + \beta)^2 = \dots\dots\dots$

$(\alpha - \beta)^3 = \dots\dots\dots$

$\alpha^3 + \beta^3 = \dots\dots\dots$

$\alpha^3 - \beta^3 = \dots\dots\dots$

$\alpha^2 - \beta^2 = \dots\dots\dots$

$(\alpha + \beta + \gamma)^2 = \dots\dots\dots$

Μον. 15

Θέμα 2^ο

A.

i. Να αποδείξετε ότι : $\alpha^3 - \beta^3 = (\alpha - \beta)^3 + 3\alpha\beta(\alpha - \beta)$

Μον. 3

ii. Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης : $A = -\frac{\alpha^2\beta^2}{2} - 2\alpha^3\beta + \frac{2\beta^{-3}}{\alpha^2}$, όταν $\alpha = -2$ και $\beta = \frac{1}{2}$

Μον. 3

iii. Να αποδείξετε ότι $\alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha + 4\beta + 5 \geq 0$ για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

Μον. 3

iv. Αν $2 < \alpha < 3$ και $4 < \beta < 6$ να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών περιέχεται η τιμή της παράστασης $2\alpha - 3\beta$

Μον. 4

B.

i. Να αποδείξετε ότι : $|\alpha - \beta| + |\beta - \gamma| + |\alpha - \gamma| = -2\alpha + 2\gamma$ όταν $\alpha < \beta < \gamma$

Μον. 4

ii. Να λύσετε την εξίσωση $|4x + 5| = 10$

Μον. 3

iii. Να απλοποιήσετε το κλάσμα $A = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - x} \cdot \frac{x^2 + 2x}{x^2 + x - 2}$

Μον. 3

iv. Να υπολογίσετε την παράσταση $\sqrt{7}\sqrt{3+\sqrt{2}}\sqrt{3-\sqrt{2}}$

Μον. 2

Θέμα 3^ο

A. Δίνεται η παράσταση $A = \frac{\sqrt{x^2 - 10x + 25}}{x - 5} + \frac{\sqrt{x^2 + 8x + 16}}{x + 4} + 2014$

i. Αν $-4 < x < 5$ να δείξετε ότι $A = 2014$

Μον. 7

ii. Για $A=2014$ να λύσετε την ανίσωση $|z - 1234| < -A$

Μον. 6

iii. Για $A=2014$ να λύσετε την εξίσωση $2012|2y - 4| + |8 - 4y| = A$

Μον. 6

B. Να βρείτε τον αριθμό α , ώστε $|\alpha^2 - \alpha| + |\alpha^{11} - \alpha^{10} + \alpha - 1| = 0$

Μον. 6

Θέμα 4^ο

A. Να δείξετε ότι η εξίσωση $\frac{2|x-3|}{3} + \frac{5-|x-3|}{2} = \frac{|3-x|-1}{3}$ έχει λύσεις μόνο τους αριθμούς 20 και -14

Μον. 7

B. Έστω α η μικρότερη λύση της παραπάνω εξίσωσης και β η μεγαλύτερη λύση

i. Αν $|x| < -\alpha$ και $|y| < \beta$ να δείξετε ότι $|x + y| < 34$

Μον. 6

ii. Αν $d(x, 2) < 21 - \beta$, να απλοποιήσετε την παράσταση $A = \sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 6x + 9}$

Μον. 6

iii. Να απλοποιήσετε την παράσταση $B = \sqrt{20 \cdot \sqrt{5(\sqrt{-\alpha} - 3)(\sqrt{-\alpha} + 3)}}$

Μον. 6