ΕΤΑΙΡΕΙΑ ΑΣΤΡΟΝΟΜΙΑΣ & ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΟΣ

19ος Πανελλήνιος Μαθητικός Διαγωνισμός Αστρονομίας και Διαστημικής 2014

Φάση 2η: «ΑΡΙΣΤΑΡΧΟΣ»

Ενδεικτικές Λύσεις στα Θέματα Λυκείου

Θέμα 1ο

Να επιλέξετε τη μία ή τις περισσότερες σωστές απαντήσεις, σε κάθε μία από τις ομάδες προτάσεων, που ακολουθούν:

1. Ο πρώτος που μελέτησε συστηματικά το Γαλαξία μας ήταν:
- **(α)** Ο Γαλιλαίος
- ✓ **(β)** Ο Χέρσελ
- **(γ)** Ο Κοπέρνικος
- **(δ)** Ο Δημόκριτος

2. Οι αστέρες, που υπάρχουν στο γαλαξιακό πυρήνα, πιθανώς συγκρούονται μεταξύ τους διότι:
- **(α)** έχουν μεγάλη κινητική ενέργεια
- **(β)** υπάρχουν μεγάλα βαρυτικά πεδία
- ✓ **(γ)** οι μεταξύ τους αποστάσεις είναι πολύ μικρές

3. Ο Ήλιος απέχει από το κέντρο του Γαλαξία περίπου:
- ✓ **(α)** 30.000 έ.φ.
- **(β)** 120.000 έ.φ.
- **(γ)** 300.000 έ.φ.
- **(δ)** 850.000 έ.φ.

4. Αν Χ η διάμετρος του γαλαξιακού εξογκώματος, Υ η διάμετρος του δίσκου του Γαλαξία μας και Ζ η διάμετρος της άλω, τότε:
- **(α)** Υ < Ζ < Χ
- **(β)** Ζ < Υ < Χ
- ✓ **(γ)** Χ < Υ < Ζ
- **(δ)** Χ < Ζ < Υ
- **(ε)** Υ < Χ < Ζ

5. Τα αποτελέσματα του φαινομένου «κανιβαλισμός των γαλαξιών» είναι:
- **(α)** η πλήρης καταστροφή του ενός γαλαξία από τη σύγκρουσή του με τον άλλο
- ✓ **(β)** ο σχηματισμός ενός νέου γαλαξία με διαφορετικές ιδιότητες
- **(γ)** η δημιουργία πολλών μικρότερων γαλαξιών με ιδιότητες παρόμοιες με αυτές των αρχικών
- ✓ **(δ)** η απορρόφηση του ενός γαλαξία από τον άλλο

6. Η σκοτεινή ύλη καλύπτει το:
- **(α)** 4% της συνολικής ύλης-ενέργειας του Σύμπαντος
- ✓ **(β)** 27% της συνολικής ύλης-ενέργειας του Σύμπαντος
- **(γ)** 73% της συνολικής ύλης-ενέργειας του Σύμπαντος
- **(δ)** 99% της συνολικής ύλης-ενέργειας του Σύμπαντος

7. Όταν ένα διαστημικό σκάφος εκτοξευτεί από το έδαφος με τη δεύτερη κοσμική ταχύτητα, τότε μπορεί να εκτελέσει:
- **(α)** τροχιά έξω από το πλανητικό μας σύστημα
- **(β)** δορυφορική τροχιά γύρω από τη Γη
- ✓ **(γ)** πλανητική τροχιά γύρω από τον Ήλιο
- **(δ)** τίποτα από τα παραπάνω

8. Αν ποτέ οι άνθρωποι καταφέρουν να ταξιδέψουν σε ένα απομακρυσμένο πλανητικό σύστημα, σε κάποιον άλλο γαλαξία, θα διαπιστώσουν ότι εκεί:
- **(α)** Οι κινήσεις των πλανητών δεν συμφωνούν με τις προβλέψεις της Νευτώνειας Μηχανικής ή της Γενικής Θεωρίας της Σχετικότητας του Einstein
- **(β)** Υπάρχουν νέα, εντελώς άγνωστα χημικά στοιχεία, τα οποία δεν συναντάμε στη Γη και δεν έχουν παρασκευαστεί στο εργαστήριο
- ✓ **(γ)** Οι τιμές της μέσης πυκνότητας της ύλης στην ευρύτερη περιοχή του μακρινού αυτού γαλαξία και στην περιοχή του Γαλαξία μας είναι περίπου ίδιες
- ✓ **(δ)** Οι γήινοι επισκέπτες θα παρατηρήσουν ότι οι μακρινοί τους γαλαξίες απομακρύνονται απ' αυτούς, όπως συνέβαινε και όταν βρίσκονταν στη Γη

Ελληνική Εταιρεία Αστρονομίας και Διαστήματος

Θέμα 2ο

Σαν σήμερα (25 Ιανουαρίου) το 1736, γεννήθηκε ο Γάλλος μαθηματικός Ζοζέφ Λαγκράνζ (Joseph Lagrange, 1736 – 1813), που συνέβαλε αποφασιστικά στην ουράνια μηχανική, υπολογίζοντας εκτός των άλλων και τις θέσεις των σημείων, που πήραν το όνομά του.

(Α) Τι γνωρίζετε για τα σημεία αυτά και ποια εφαρμογή είχαν στην ανακάλυψη αστεροειδών;

(Β) Κάνετε ένα σχήμα, στο οποίο να φαίνονται τα σημεία αυτά στο σύστημα Ήλιου – Δία.

(Γ) Ποιες εφαρμογές έχουν τα σημεία αυτά στη σημερινή διαστημική τεχνολογία;

(Η απάντησή σας δεν πρέπει να ξεπερνάει τις 150 λέξεις)

Απαντήσεις

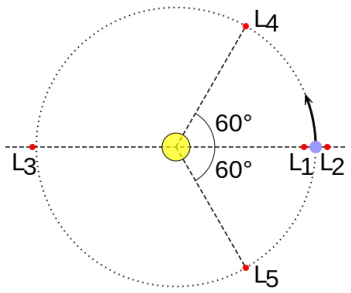
(Α) Ο Γάλλος μαθηματικός Λαγκράνζ είναι γνωστός στην αστρονομία από τα σημεία ισορροπίας που φέρουν το όνομά του.

Το σημείο ισορροπίας Λαγκράνζ (Lagrangian points) είναι ένα σημείο, στο οποίο αν τοποθετηθεί ένα τρίτο ουράνιο σώμα, στο πρόβλημα των τριών σωμάτων, τότε το σύστημα αυτό βρίσκεται σε ισορροπία και το τρίτο ουράνιο σώμα ισορροπεί. Αυτό δε διότι οι ελκτικές δυνάμεις, που ασκούνται από τα δυο ουράνια σώματα στο τρίτο, εξισώνονται.

Τα σημεία ισορροπίας είναι πέντε και βρίσκονται πάνω στο ίδιο επίπεδο της σχετικής τροχιάς των δύο σωμάτων. Ιδιαίτερα τα σημεία L_1 , L_2, L_3 είναι τοποθετημένα πάνω στον ίδιο άξονα, που συνδέει τα κέντρα των μαζών, ενώ τα άλλα δύο το L_4 και L_5 βρίσκονται εκατέρωθεν αυτού του άξονα και κάθε ένα από αυτά σχηματίζει με τα κέντρα των δύο μαζών ισόπλευρο τρίγωνο.

Τα σημεία ισορροπίας μελετήθηκαν θεωρητικά από τον Λαγκράνζ, το 1772, και βρέθηκε η φυσική παρουσία τους μόλις το 1906, οπότε ανακαλύφτηκε ο αστεροειδής Αχιλλέας, ως πρώτο μέλος της ομάδας των Τρωϊκών αστεροειδών. Η ομάδα αυτή αποτελείται από δυο υποομάδες. Το κέντρο κάθε υποομάδας βρίσκεται στην κορυφή ισόπλευρου τρίγωνου, του οποίου οι άλλες δυο κορυφές είναι ο Ήλιος και ο Δίας.

(Β)



(Γ) Σε σημεία Λαγκράνζ τοποθετούνται και διαστημικά σκάφη, για να ισορροπούν και να παρατηρούν συνεχώς τον Ήλιο, όπως συμβαίνει με το "SOHO" (Solar and Heliospheric Observatory), με το «Κέπλερ» ("Kepler") κ.λπ. ή να αποφύγουν την ακτινοβολία του Ήλιου (L2, Gaia)

Θέμα 3ο

Αν το 0,8% της συνολικής μάζας του Ήλιου μπορούσε να μετασχηματισθεί σε ενέργεια καθ' όλη τη διάρκεια της ζωής του, να εκτιμήσετε τη μέγιστη διάρκεια ζωής του Ήλιου σε δισεκατομμύρια χρόνια. Υποθέστε ότι η ηλιακή φωτεινότητα παραμένει σταθερή.

(Δίδονται: $c = 3\times10^8$ m/s, $M_H = 1{,}99\times10^{30}$ kg, $L_H = 3{,}82\times10^{26}$ w)

Απάντηση:

Το 0,8% της μάζας του Ηλίου είναι:

$$m = 0{,}008 M_H$$

Έχουμε λοιπόν:

$$E = mc^2 = 0{,}008\, M_H\, c^2 \qquad (1)$$

και:

$$E = L_H\, t \qquad (2)$$

Οι (1) και (2) δίδουν:

$$L_H\, t = 0{,}008\, M_H\, c^2$$

οπότε:

Εταιρεία Αστρονομίας και Διαστήματος

$$t=\frac{0,008\cdot M_H\cdot c^2}{L_H}=\frac{0,008\cdot 1,99\times 10^{30}\cdot(3\times 10^8)^2}{3,82\times 10^{26}}=\frac{0,14328\times 10^{46}}{3,82\times 10^{26}}=0,0375078\times 10^{20}s=375078\times 10^{13}s \quad (3)$$

Και επειδή:

$$1 \text{ έτος} = 31536\times 10^3 \text{ s}$$

η (3) δίνει:

$$t = 375078\times 10^{13} : 31.536\times 10^3 = 11,893645\times 10^{10} \text{ έτη}$$

ή 118,93645 δισεκατομμύρια έτη.

Θέμα 4ο

Μια ομάδα αστρονόμων παρατηρεί πως ένα αστέρι με φασματικό τύπο G2, όπως ο Ήλιος μας, περιφέρεται με ομαλή κυκλική κίνηση γύρω από ένα αντικείμενο, που δεν εκπέμπει ορατό φως, σε απόσταση $6,67\times 10^{11}$m από το κέντρο μάζας του αντικειμένου, με περίοδο 3×10^7 sec. Μερικοί υποψιάζονται ότι αυτό το αντικείμενο είναι μια μελανή οπή. Είναι βάσιμη η υποψία τους;

(Δίδονται η μάζα του Ήλιου μας: $M_H = 1,99\times 10^{30}$ kg και η παγκόσμια σταθερά $G = 6,67\times 10^{-11}$ Nm²/kg²).

Απάντηση:

Η ταχύτητα του άστρου στην περιστροφική του κίνηση γύρω από το αντικείμενο είναι:

$$\upsilon=\frac{2\pi R}{T}=\frac{6,28\cdot 6,67\times 10^{11}}{3\times 10^7}\approx 13,96\times 10^4\, m/s \qquad (1)$$

Η βαρυτική δύναμη δρα ως κεντρομόλος, για να περιστρέφεται γύρω από το σκοτεινό αντικείμενο. Άρα:

$$F_{\text{κεντρ.}} = F_{\text{βαρ.}}$$

οπότε:

$$\frac{m\upsilon^2}{r}=G\cdot\frac{M\cdot m}{r^2} \qquad (2)$$

Λύνοντας ως προς Μ από τη σχέση αυτή βρίσκουμε:

$$M=\frac{\upsilon^2\cdot r}{G}=\frac{(1,396\times 10^5)^2\cdot 6,67\times 10^{11}}{6,67\times 10^{-11}}\approx 1,95\times 10^{32}\, kg$$

Και:

$$(1,95\times 10^{32}) : (1,99\times 10^{30}) = 0,98\times 10^2 = 98 \text{ ηλιακές μάζες.}$$

Επομένως η υποψία τους ήταν βάσιμη διότι το αντικείμενο αυτό δεν μπορεί να είναι λευκός νάνος ή αστέρας νετρονίων (όριο Chandra, κτλ.) και δεν μπορεί να είναι κοινός αστέρας γιατί στην απόσταση αυτή θα ήταν ορατός, μιας και ο συνοδός αστέρας του, ο οποίος έχει πολύ μικρότερη μάζα (1 ηλιακή μάζα) είναι ορατός. Πρόκειται για **μελανή οπή**.

Θέμα 5ο

Ένα διαστημικό σκάφος κινείται κατακόρυφα προς την επιφάνεια της Σελήνης και σε ύψος 20 m έχει ταχύτητα 10 m/s. Εκείνη τη στιγμή μπαίνουν σε λειτουργία οι ανασχετικοί πύραυλοί του, ασκώντας σταθερή, αντίθετη προς την κίνηση, δύναμη F στο σκάφος, έως τη στιγμή που σταματά ακριβώς στην επιφάνεια της Σελήνης.

(Α) Να αποδείξετε, με βάση τα στρογγυλοποιημένα δεδομένα της άσκησης ότι: $g_{\text{Σελήνης}} = g_{\text{Γης}}/5$

(Β) Να υπολογίσετε τη σταθερή δύναμη *F*.

(Γ) Να υπολογίσετε την ενέργεια που καταναλώθηκε.

(Δίδονται: Η μάζα του σκάφους m = 200 kg, μάζα της Γης = 80 φορές μεγαλύτερη της μάζας της Σελήνης, ακτίνα Γης = 4πλάσια της ακτίνας της Σελήνης, επιτάχυνση βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης g_0 = 10 m/s². Θεωρείστε ότι η μάζα των καυσίμων που καταναλώνονται κατά τη διάρκεια της προσσελήνωσης είναι πολύ μικρή σε σχέση με τη μάζα του διαστημικού σκάφους).

Απάντηση:

(Α) Σύμφωνα με το νόμο της παγκόσμιας έλξης για τη Σελήνη είναι:

Εταιρεία Αστρονομίας και Διαστήματος

$$m \cdot g_{\Sigma} = \frac{G \cdot M_{\Sigma} \cdot m}{R_{\Sigma}^2} \Leftrightarrow g_{\Sigma} = \frac{G \cdot M_{\Sigma}}{R_{\Sigma}^2} \quad (1)$$

Για τη Γη, ομοίως είναι:

$$m \cdot g_{\Gamma} = \frac{G \cdot M_{\Gamma} \cdot m}{R_{\Gamma}^2} \Leftrightarrow g_{\Gamma} = \frac{G \cdot M_{\Gamma}}{R_{\Gamma}^2} \quad (2)$$

Διαιρώντας τις (1) και (2) κατά μέλη έχουμε διαδοχικά:

$$\frac{g_{\Sigma}}{g_{\Gamma}} = \frac{M_{\Sigma}}{M_{\Gamma}} \cdot \left(\frac{R_{\Gamma}}{R_{\Sigma}}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{g_{\Sigma}}{g_{\Gamma}} = \frac{1}{80} \cdot 4^2 = \frac{16}{80} = \frac{1}{5}$$

(Β) Από τους τύπους της επιβραδυνόμενης κίνησης έχουμε:

$$\upsilon = \upsilon_0 - \alpha\, t \leftrightarrow 0 = \upsilon_0 - \alpha\, t \leftrightarrow \upsilon_0 = \alpha\, t \quad (3)$$

$$h = \upsilon_0\, t - ½\, \alpha\, t^2 \quad (4)$$

Οι σχέσεις (3) και (4) δίνουν:

$$a = \frac{\upsilon_0^{\ 2}}{2h} = \frac{100}{2 \cdot 20} = \frac{10}{4} = 2{,}5 m/s^2$$

Εξάλλου είναι:

$$F_{ολ.} = F - B = m\, \alpha \leftrightarrow F = B + m\, \alpha = m\, g_{\Sigma} + m\, \alpha = 200\, (2 + 2{,}5) = 200 \times 4{,}5 = 900\ N \quad (5)$$

Διότι από το (Α) ερώτημα:

$$g_{\Sigma} = 1/5\ g_{\Gamma} = 2\ m/s$$

(Γ) Η ενέργεια που καταναλώθηκε είναι:

$$E_{κατ.} = |W_F| = F\, h = 900 \times 20 = 18000\ joule. \quad (6)$$

Εταιρεία Αστρονομίας και Διαστήματος