ΕΤΑΙΡΕΙΑ ΑΣΤΡΟΝΟΜΙΑΣ & ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΟΣ

19ος Πανελλήνιος Μαθητικός Διαγωνισμός Αστρονομίας και Διαστημικής 2014

Φάση 3η: **«ΙΠΠΑΡΧΟΣ»**

Ενδεικτικές Λύσεις στα Θέματα Λυκείου

Θέμα 1ο (Ανάπτυξης)

Σε διάφορες εποχές ανάπτυξης της Αστρονομίας διατυπώθηκαν μερικά «παράδοξα» ("paradoxes") που συμβαίνουν στο Σύμπαν, εξαιτίας εσφαλμένων προϋποθέσεων που ετέθησαν. Να αναφέρετε δύο από τα «παράδοξα» αυτά και να τα περιγράψετε.
(Η συνολική απάντησή σας δεν πρέπει να ξεπερνάει τις 100 λέξεις)

1. Το παράδοξο Όλμπερς (Olbers paradox). Το παράδοξο αυτό αναφέρει: «Αν το Σύμπαν είναι άπειρο και στατικό, οι αστέρες έπρεπε να είναι άπειροι και να καταυγάζουν τον ουρανό, ο οποίος έπρεπε να είναι ολόλαμπρος. Γιατί, όμως ο ουρανός είναι σκοτεινός;»

Το Σύμπαν δεν είναι στατικό αλλά διαστέλλεται. Εξαιτίας του φαινομένου Doppler και της ερυθρομετάθεσης το μήκος κύματος που εκπέμπουν οι αστέρες συνεχώς αυξάνει με την απόσταση. Επομένως ελαττώνεται η ενέργεια που φτάνει σε εμάς, ($E = h \cdot f$). Επίσης εξαιτίας της πεπερασμένης ηλικίας του Σύμπαντος και της πεπερασμένης ταχύτητας του φωτός παρατηρούμε πεπερασμένο αριθμό αστέρων σε ένα συγκεκριμένο όγκο του Σύμπαντος.

2. Το παράδοξο Φέρμι (Fermi paradox). Το παράδοξο που διατύπωσε, το 1948, ο Ιταλός φυσικός Φέρμι για την ύπαρξη πολλών εξωγήινων πολιτισμών: «Πού είναι»; Διότι αν υπάρχουν πολλοί τεχνολογικά ανεπτυγμένοι πολιτισμοί στο Γαλαξία μας, θα έπρεπε οι πιο προηγμένοι να είχαν έλθει εδώ να τους δούμε. Ο Καρλ Σαγκάν, που ασχολήθηκε πολύ με τους εξωγήινους πολιτισμούς, συμπέρανε ότι μέχρι σήμερα δεν έχει αποδειχθεί ότι υπάρχουν παρόμοιοι πολιτισμοί στο Σύμπαν, που μας επισκέφθηκαν.
(Άλλα παράδοξα που είναι αποδεκτά ως απαντήσεις: του παππού, των διδύμων, της γάτας του Σρέντινγκερ)

Θέμα 2ο (Πολλαπλής Επιλογής) (Οι σωστές απαντήσεις είναι με κόκκινο χρώμα)

1. Ο συνοδός αστέρας του Σειρίου – Α είναι:
   (Α) Ερυθρός γίγαντας
   (Β) Λευκός νάνος
   (Γ) Αστέρας νετρονίων
   (Δ) Μαύρη τρύπα

2. Το σμήνος αστέρων M13 στον αστερισμό του Ηρακλή είναι:
   (Α) Ανοικτό
   (Β) Σφαιρωτό
   (Γ) Σκοτεινό νεφέλωμα
   (Δ) Φωτεινό νεφέλωμα

3. Οι αστέρες πάλσαρ είναι:
   (Α) Κβάζαρς
   (Β) Υπερκαινοφανείς
   (Γ) Διπλοί αστέρες
   (Δ) Αστέρες νετρονίων

Εταιρεία Αστρονομίας & Διαστήματος

4. Ένας γαλαξίας που ανήκει στον τύπο Ε0 έχει σχήμα:
(Α) Σφαίρας
(Β) Μπάλας του ράγκμπυ
(Γ) Δίσκου
(Δ) Ανώμαλο

5. Η προέκταση της ευθείας των τριών αστέρων, που αποτελούν τη ζώνη του αστερισμού του Ωρίωνα συναντά τον αστέρα:
(Α) Βέγα
(Β) Κάνωπο
(Γ) Ρίγκελ
(Δ) Σείριο

6. Τα πρώτα άτομα του υδρογόνου σχηματίστηκαν όταν το Σύμπαν είχε ηλικία περίπου:
(Α) 1 δευτερόλεπτο
(Β) 400 χιλιάδες χρόνια
(Γ) 200 εκατομμύρια χρόνια
(Δ) 1 δισεκατομμύριο χρόνια

7. Το τροπικό έτος είναι:
(Α) Ίσο με το αστρικό έτος
(Β) Μικρότερο από το αστρικό έτος
(Γ) Μεγαλύτερο από το αστρικό έτος
(Δ) Ίσο με 365 ημέρες

8. Ένα από τα διαστημικά τηλεσκόπια, που παρατηρούν σήμερα τον Ήλιο είναι το:
(Α) «Κέπλερ» (“Kepler”)
(Β) «Τσάντρα» (“Chandra”)
(Γ) «ΚΟΜΠΕ» (“COBE”)
(Δ) «Στέρεο» (“Stereo”)

9. Η ελκτική δύναμη που ασκεί ο Ήλιος σε ένα ουράνιο σώμα τετραπλασιάζεται, όταν η μεταξύ τους απόσταση:
(Α) Διπλασιάζεται
(Β) Υποδιπλασιάζεται
(Γ) Τετραπλασιάζεται
(Δ) Υποτετραπλασιάζεται

10. Η διάρκεια της ημέρας στον Άρη είναι περίπου:
(Α) 24 ώρες
(Β) 10 ώρες
(Γ) 34 ώρες
(Δ) 240 ώρες

Ελληνική Αστρονομικής & Διαστήματος

Θέμα 3ο (Πρόβλημα No. 1):

Στις 9 Μαρτίου 2011 το διαστημικό σκάφος "Voyager" απείχε από τον Ήλιο 116,406 AU και η ταχύτητά του ήταν 17,062 km/s.

(A) Ποιο είναι το είδος της τροχιάς που ακολουθούσε το διαστημικό σκάφος; Αυτή η τροχιά είναι ελλειπτική, παραβολική ή υπερβολική; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

(B) Ποιο ήταν το φαινόμενο μέγεθος του Ήλιου, όπως αυτός φαινόταν από το Voyager στις 9 Μαρτίου 2011;

Δίδονται: $G = 6{,}672 \times 10^{-11}$ S.I., $M_\odot = 1{,}9891 \times 10^{30}$ S.I. και το φαινόμενο μέγεθος του Ήλιου από τη Γη: $m_1 = -26{,}72$.

Απάντηση:

(A) Για να προσδιοριστεί το είδος της τροχιάς, πρέπει να βρεθεί η ολική ενέργεια του διαστημικού σκάφους. Είναι δε:

$$E_{ολ} = E_{κιν} + E_{δυν} = \frac{1}{2}m\upsilon^2 - G\cdot\frac{M_\odot \cdot m}{R^2}$$

Ή

$$E_{ολ} = m\left[\frac{17062^2}{2} - \frac{6{,}6726\times10^{-11}\cdot 1{,}9891\times10^{30}}{116{,}406\cdot 1{,}4960\times10^{11}}\right] = m[1{,}3793\times10^8]$$

όπου m = μάζα του «Voyager». Άρα:

$$\boldsymbol{E_{ολ} > 0}$$

και επομένως η τροχιά του διαστημικού σκάφους είναι υπερβολική.

(B) Το φαινόμενο μέγεθος του Ήλιου δίδεται από τη σχέση:

$$m_1 - m_2 = -2{,}5\log\frac{f_1}{f_2} = -2{,}5\log\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2$$

ή

$$m_1 = m_2 + 5\log\frac{d_1}{d_2} = -26{,}72 + 5\log\frac{116{,}406}{1} = -16{,}39$$

Θέμα 4ο (Πρόβλημα No. 2):

Υποθέτοντας ότι: (α) η μάζα του νετρίνου είναι $m_\nu = 10^{-5}$ m_e (m_e = μάζα ηλεκτρονίου), (β) το Σύμπαν είναι επίπεδο (δηλ. $E_{ολ.} = E_{κιν.} + E_{δυν.} = 0$) και (γ) το 25% της «μάζας» του είναι σκοτεινή ύλη, υπολογίστε τον αριθμό νετρίνων ανά μονάδα όγκου, που απαιτείται για να αποτελέσουν τα νετρίνα αυτά τη σκοτεινή ύλη του Σύμπαντος.

Δίνονται: σταθερά Hubble $H_0 = 67{,}30$ km/s/Mpc, $G = 6{,}672 \times 10^{-11}$ Nm^2/kg^2,
1 pc = $3{,}0856 \times 10^{16}$ m και μάζα ηλεκτρονίου $m_e = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg

Απάντηση:

Σ' ένα επίπεδο Σύμπαν, η ολική ενέργεια είναι ίση με μηδέν. Έστω R η ακτίνα του παρατηρούμενου Σύμπαντος και M η ολική του «μάζα». Έστω ρ_c η κρίσιμη πυκνότητα που ζητείται. Τότε:

$$E_{κιν} = -E_{δυν} \Leftrightarrow \frac{m\upsilon^2}{2} = G\cdot\frac{M\cdot m}{R} \Leftrightarrow \frac{\upsilon^2}{2} = G\cdot\frac{M}{R}$$

ή

$$\frac{(H_0\cdot R)^2}{2} = G\frac{4\pi R^3\rho_c}{3R} \Leftrightarrow \rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G}$$

Εταιρεία Αστρονομίας & Διαστήματος

Και με την αντικατάσταση των γνωστών έχουμε:

$$p_c = \frac{3\cdot(67,30\times10^3)^2}{8\pi\cdot6,672\times10^{-11}\cdot(3,0856\times10^{22})^2} = 8,6378\times10^{-27}\,kg\cdot m^{-3}$$

Αλλά

$$m_{\sigma\kappa o\tau} = 0,25\ m_{o\lambda} \Leftrightarrow p_{\sigma\kappa o\tau} = 0,25\ p_c$$

Οπότε:

$$n_\nu = \frac{p_{\sigma\kappa o\tau}}{m_\nu} = \frac{0,25p_e}{10^{-5}m_e} = 2,37\times10^8\ \nu\varepsilon\tau\rho\iota\nu\alpha\ /\ m^3$$

Δηλ. 237 εκατομμύρια νετρίνα ανά κυβικό μέτρο συμπαντικού χώρου!

Θέμα 5ο (Πρόβλημα No. 3):

(Α) Να βρεθεί η περίοδος περιφοράς του Άρη γύρω από τον Ήλιο, εάν γνωρίζουμε ότι η απόστασή του είναι 1,523AU.

(Β) Να αποδείξετε τη σχέση:

$$\frac{1}{T_\Gamma} - \frac{1}{T_A} = \frac{1}{T}$$

Όπου:

T_A = Η περίοδος περιφοράς του Άρη γύρω από τον Ήλιο

T_Γ = Η περίοδος περιφοράς της Γης γύρω από τον Ήλιο

T = Το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών αντιθέσεων του Άρη (συνοδική περίοδος)

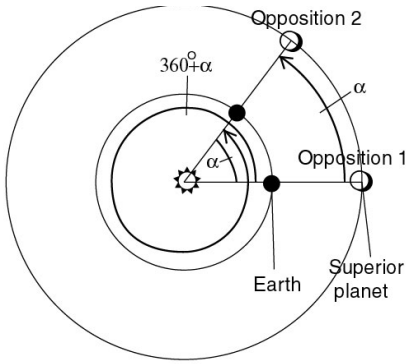
(Γ) Ο Άρης θα βρεθεί σε θέση αντίθεσης στις 8 Απριλίου 2014. Ποια είναι η επόμενη ημερομηνία, που ο Άρης θα βρεθεί πάλι σε αντίθεση;

Λύση

(Α) Εφαρμόζοντας τον 3ο νόμο του Κέπλερ για τον Άρη και τη Γη έχουμε:

$$\frac{T_A^2}{T_\Gamma^2} = \frac{R_A^3}{R_\Gamma^3} \Leftrightarrow \frac{T_A^2}{1^2} = \frac{R_A^3}{1^3} \Leftrightarrow T_A = \sqrt{R^3} = \sqrt{1,523^3} = 1,88\ \varepsilon\tau\eta = 686\ \eta\mu. = 22,5\ \mu\eta\nu\varepsilon\varsigma$$

(Β) Όταν βρεθεί και πάλι ο Άρης σε αντίθεση, η γωνιακή μετατόπιση της Γης θα είναι μεγαλύτερη κατά 2π (360ο) ήτοι σύμφωνα με το σχήμα:



$$\varphi_{\Gamma H\Sigma} - \varphi_A = 2\pi \leftrightarrow \omega_\Gamma T - \omega_A T = 2\pi$$

ή

Εταιρεία Αστρονομίας & Διαστήματος

$$\left(\frac{2\pi}{T_{\Gamma}}-\frac{2\pi}{T_{\text{A}}}\right)T=2\pi \Leftrightarrow \frac{1}{T_{\Gamma}}-\frac{1}{T_{\text{A}}}=\frac{1}{T} \qquad (1)$$

Γ) Με βάση τον παραπάνω τύπο (1) έχουμε:

$$\frac{1}{365}-\frac{1}{686}=\frac{1}{T} \Leftrightarrow \frac{686-365}{250390}=\frac{1}{T} \Leftrightarrow \frac{321}{250390} \Leftrightarrow T=780\ \eta\mu\varepsilon\rho\varepsilon\varsigma \qquad (2)$$

και με αντικατάσταση έχουμε:

365 ημέρες (από 8 Απριλίου 2014 έως 8 Απριλίου 2015)
+ 366 ημέρες (από 8 Απριλίου 2015 έως 8 Απριλίου 2016 [δίσεκτο έτος])
+22 ημέρες (έως τέλος Απριλίου)
= **753 ημέρες**

Λόγω δε της (2), οι υπόλοιπες ημέρες πέραν του Απριλίου είναι:

780 – 753 = 27 ημέρες

Άρα στις 27 Μαΐου 2016 θα ξανασυμβεί αντίθεση του Άρη.

Εταιρεία Αστρονομίας & Διαστήματος