

1^ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΡΟΔΟΥ – ΒΕΝΕΤΟΚΛΕΙΟ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Α΄ ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ

ΑΛΓΕΒΡΑ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ : Συστήματα εξισώσεων – Μελέτη συναρτήσεων

ΤΡΙΤΗ 30 Οκτωβρίου 2012

ΘΕΜΑ Α

1. Πότε μια συνάρτηση f , λέγεται γνησίως φθίνουσα στο διάστημα Δ ;

10 Μονάδες

2. Να χαρακτηρίσετε κάθε πρόταση που ακολουθεί ως «**Αληθής**», αν η πρόταση είναι σωστή, ή «**Ψευδής**», αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η γραφική παράσταση μιας γνησίως μονότονης συνάρτησης τέμνει τον άξονα $x'x$ σε δύο τουλάχιστον σημεία.

β) Η γραφική παράσταση μιας άρτιας συνάρτησης είναι συμμετρική ως προς τον άξονα $y'y$.

γ) Αν μια συνάρτηση f είναι περιττή στο \mathbb{R} , τότε για κάθε $x \in \mathbb{R}$, $-x \in \mathbb{R}$ ισχύει $f(-x) + f(x) = 0$.

δ) Κάθε γραμμικό σύστημα 2×2 στο οποίο ισχύει $D = 0$ είναι αδύνατο.

ε) Υπάρχει συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το \mathbb{R} , που είναι γνησίως αύξουσα και συγχρόνως άρτια στο \mathbb{R} .

5·3 = 15 Μονάδες

ΘΕΜΑ Β

Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f .

1. Να μελετηθεί η συνάρτηση f ως προς την μονοτονία.

10 Μονάδες

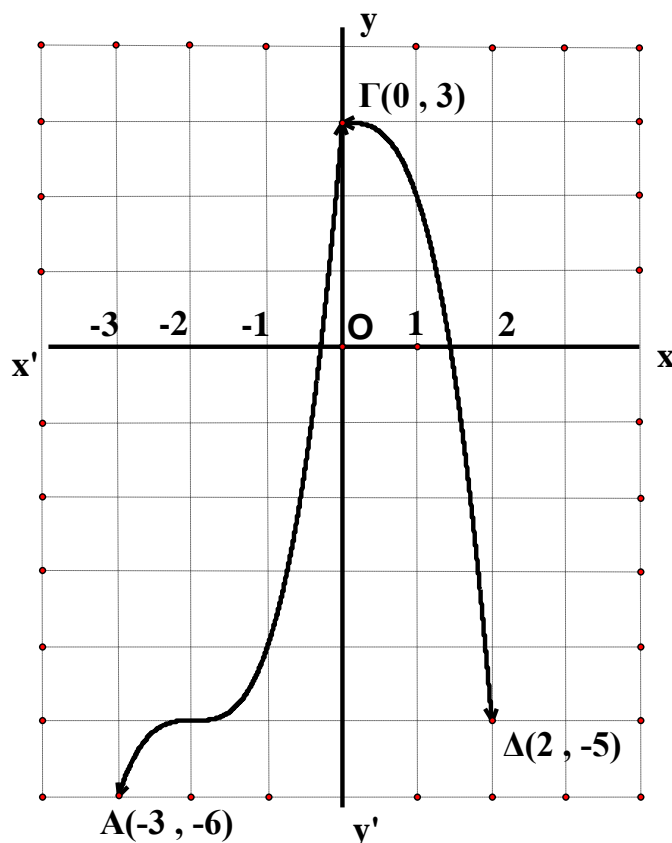
2. Να μελετηθεί η συνάρτηση f ως προς τα ακρότατα.

10 Μονάδες

3. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f δεν είναι ούτε άρτια ούτε περιττή.

(με 2 τουλάχιστον τρόπους)

5 Μονάδες



ΘΕΜΑ Γ

Εστω μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το $[-3,3]$. η οποία είναι περιττή και γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[-3,3]$.

1. Αν είναι $f(-2)=15$, να υπολογιστεί το $f(2)$.

5 Μονάδες

2. Αν η f παρουσιάζει μέγιστο για $x = -3$ το $f(-3) = 35$ να δείξετε ότι η f παρουσιάζει ελάχιστο για $x = 3$ και να βρεθεί η ελάχιστη τιμή της.

8 Μονάδες

3. Να λυθεί η ανίσωση $f(-2x) < f(2)$.

7 Μονάδες

4. Αν είναι $f(x) = -x^3 - x + 5$, να βρεθεί ο τύπος της συνάρτησης g που προκύπτει από μετατόπιση της C_f κατά 2 μονάδες αριστερά και 5 μονάδες κάτω.

5 Μονάδες

ΘΕΜΑ Δ

Εστω το σύστημα (Σ) :
$$\begin{cases} y = \alpha \cdot x^2 + \beta \cdot x + 2 \\ x - y = -6 \end{cases}$$

1. Να λυθεί το (Σ) για $\alpha = 0$ και $\beta = 3$.

8 Μονάδες

2. Να λυθεί το (Σ) για $\alpha = 1$ και $\beta = 1$.

9 Μονάδες

3. Αν $\alpha = 0$, να εξεταστεί αν υπάρχει β ώστε το (Σ) να έχει άπειρες λύσεις.

8 Μονάδες

Σας εύχομαι επιτυχία!!!