

**1<sup>ο</sup> ΓΕΛ Πετρούπολης**  
**Διαγώνισμα διάρκειας δύο (2) ωρών**  
**Παρασκευή 30 Οκτωβρίου 2015**  
**Εξεταζόμενο Μάθημα: «Άλγεβρα»**  
**Καθηγητής: Μάκης Χατζόπουλος**  
**(Ομάδα Α)**

**Όνοματεπώνυμο μαθητή:** .....

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Τι ονομάζουμε γραμμική εξίσωση; Τι παριστάνει; **(Μονάδες 15)**

**A2.** Να χαρακτηρίσετε ως **Σωστή (Σ)** ή **Λανθασμένη (Λ)** καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις και να γράψετε στο τετράδιο **ΜΟΝΟ** την απάντησή σας .

**α)** Το σύστημα  $\begin{cases} x - 3y = 4 \\ x + y = 2 \end{cases}$  είναι μη γραμμικό.

**β)** Το  $(2, -1)$  είναι λύση του συστήματος  $\begin{cases} x + y = -1 \\ xy = -2 \end{cases}$

**γ)** Το σύστημα  $\begin{cases} x + y = 3 \\ y + \omega = 5 \\ \omega + x = 4 \end{cases}$  είναι γραμμικό  $3 \times 3$ .

**δ)** Αν  $\alpha \cdot \alpha' \neq 0$  ή  $\beta \cdot \beta' \neq 0$  και το σύστημα  $\begin{cases} \alpha x + \beta y = \gamma \\ \alpha' x + \beta' y = \gamma' \end{cases}$  είναι αδύνατο, τότε οι ευθείες

$(\varepsilon_1): \alpha x + \beta y = \gamma, (\varepsilon_2): \alpha' x + \beta' y = \gamma'$  είναι σε κάθε περίπτωση παράλληλες.

**ε)** Η επίλυση των μη γραμμικών συστημάτων και των  $3 \times 3$  συστημάτων γίνεται με τη μέθοδο της αντικατάστασης. **(Μονάδες 10)**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται το παραμετρικό σύστημα  $\begin{cases} \mu x - y = \mu - 1 \\ \mu^2 x - 2y = \mu \end{cases}, \mu \in \mathbb{R}$

**B1.** Υπολογίστε τα  $D, D_x, D_y$  συναρτήσεων του  $\mu$ . **(Μονάδες 9)**

**B2.** Για ποιες τιμές του  $\mu$  το σύστημα έχει μοναδική λύση (μονάδες 3); Ποια είναι η μοναδική λύση του συστήματος (μονάδες 3); Δικαιολογήστε τους ισχυρισμούς σας.

(Μονάδες 6)

**B3.** Να αποδείξετε ότι:

α) Για  $\mu = 0$  το σύστημα δεν έχει λύσεις.

(Μονάδες 5)

β) Για  $\mu = 2$  το σύστημα έχει άπειρες λύσεις (μονάδες 3) και να βρείτε τη μορφή των άπειρων λύσεων (μονάδες 2).

(Μονάδες 5)

### **ΘΕΜΑ Γ**

Το ξενοδοχείο «Καρέτα - καρέτα» της Ζακύνθου έχει 90 δωμάτια. Τα δωμάτια είναι μονόκλινα, δίκλινα και τρίκλινα και συνολικά διαθέτει 200 κρεβάτια. Αν δίκλινα δωμάτια είναι κατά 10 λιγότερα από τα μονόκλινα και τρίκλινα δωμάτια μαζί, τότε:

**Γ1.** Να αποδείξετε ότι το ξενοδοχείο έχει 15 μονόκλινα, 40 δίκλινα και 35 τρίκλινα δωμάτια.

(Μονάδες 15)

**Γ2.** Θεωρούμε ότι το καλοκαίρι του 2016 μπαίνει σε όλα τα ξενοδοχεία της Ζακύνθου ένας ενιαίος φόρος 5% και 10% μόνο στα μονόκλινα και δίκλινα δωμάτια αντίστοιχα. Έστω ότι το ξενοδοχείο «Καρέτα Καρέτα» στις 15 Αυγούστου θα είναι πλήρες και οι εισπράξεις του αποκλειστικά από τα μονόκλινα και δίκλινα δωμάτια, χωρίς το φόρο, είναι 2.600 ευρώ, ενώ αν υπολογίσουμε το φόρο μειώνονται κατά 230 ευρώ, τότε πόσο κοστίζει το μονόκλινο και πόσο το δίκλινο δωμάτιο τη συγκεκριμένη ημερομηνία;

(Μονάδες 10)

### **ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η παραβολή  $C: y = ax^2$ ,  $a \in \mathbb{R}$  και η ευθεία  $(\varepsilon): y = \lambda x + \beta$ ,  $\lambda, \beta \in \mathbb{R}$ . Αν η παραβολή διέρχεται από το σημείο  $(1,2)$  και η ευθεία από τα σημεία  $A(1,5)$ ,  $B(-2,-4)$  τότε,

**Δ1.** Να αποδείξετε ότι:  $a = 2$ ,  $\lambda = 3$  και  $\beta = 2$ .

(Μονάδες 12)

**Δ2.** Βρείτε τα κοινά σημεία της παραβολής  $C$  και της ευθείας  $(\varepsilon)$ .

(Μονάδες 7)

**Δ3.** Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της παραβολής  $C$  και της ευθείας  $(\varepsilon)$  στο ίδιο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων.

(Μονάδες 6)

## **# Παρατηρήσεις #**

1) Το **άριστα** είναι το **100** (θα γίνει αναγωγή στα 20)

2) Απαντάμε σε **όλα** τα θέματα και ερωτήματα

3) Οι **λύσεις** του διαγωνίσματος θα δοθούν στο διαδικτυακό τόπο **lisari.blogspot.gr**

4) Η **δυνατή αποχώρηση** είναι **40 λεπτά** μετά από την έναρξη της διαδικασίας.

5) Η **διάρκεια** του διαγωνίσματος είναι **2 διδακτικές ώρες** (+ το μεσαίο διάλλειμα που μεσολαβεί).