

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

A. Να αποδείξετε ότι για κάθε γωνία  $\omega$  ισχύουν:

$$\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1 \quad \text{και} \quad \varepsilon\varphi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega} \quad (10 \text{ M})$$

B. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες:

$$\begin{aligned} \eta\mu(180^\circ - \omega) = \dots & \quad \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} - \omega\right) = \dots & \quad \varepsilon\varphi(180^\circ + \omega) = \dots \\ \sigma\varphi(-\omega) = \dots & \quad \sigma\upsilon\nu(\pi + \omega) = \dots & \quad \eta\mu(2\pi + \omega) = \dots \end{aligned} \quad (9 \text{ M})$$

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό(Σ) ή Λάθος(Λ).

α) Η συνάρτηση  $f(x) = \varepsilon\varphi x$  είναι περιοδική με περίοδο  $T = 2\pi$ .

β) Η συνάρτηση  $f(x) = \eta\mu x$  είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα  $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$

γ) Οι αντίθετες γωνίες έχουν το ίδιο ημίτονο.

ε) Η συνάρτηση  $f(x) = \sigma\varphi x$  ορίζεται για κάθε  $x \neq \kappa\pi$ ,  $\kappa \in \mathbb{Z}$  (6 M)

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

Για μια γωνία  $a$  ισχύει  $5\sigma\upsilon\nu^2 a - 7\sigma\upsilon\nu a - 6 = 0$ .

α) Να αποδείξετε ότι  $\sigma\upsilon\nu a = -\frac{3}{5}$  (10 M)

β) Αν  $\pi < a < \frac{3\pi}{2}$  να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς:  $\eta\mu a$ ,  $\varepsilon\varphi a$  και  $\sigma\varphi a$  (15 M)

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>**

Να αποδείξετε ότι:  $\frac{\sigma\upsilon\nu\theta}{1 + \varepsilon\varphi\theta} - \frac{\eta\mu\theta}{1 + \sigma\varphi\theta} = \sigma\upsilon\nu\theta - \eta\mu\theta$  (20 M)

**ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 3 + \rho\eta\mu 2x$ , με  $x \in \mathbb{R}$ .

α) Αν ισχύει  $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = -1$  να αποδείξετε ότι  $\rho = -4$  (10 M)

β) Αν  $\rho = -4$  τότε

i) να βρείτε το μέγιστο, το ελάχιστο και την περίοδο της συνάρτησης  $f$  (10 M)

ii) να σχεδιάσετε την γραφική της παράσταση της  $f$  σε διάστημα μιας περιόδου (10 M)