ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2016
Β΄ ΦΑΣΗ

Ε_3.Μλ2ΓΑ(ε)

ΤΑΞΗ: Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΆΛΓΕΒΡΑ/ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Μ. Τετάρτη 27 Απριλίου 2016
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Δείξτε ότι για μια γωνία ω ισχύει $\eta\mu^2\omega+\sigma\upsilon\nu^2\omega=1$.

(15 μονάδες)

Α2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό** αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν το πολυώνυμο P(x) έχει παράγοντα το (x-ρ) τότε $\mathrm{P}(\rho)=0$.

β) Για τη γωνία ω ισχύει πάντοτε $\eta\mu(\pi-\omega)=-\eta\mu\omega$.

γ) Για τους θετικούς αριθμούς θ_1 και θ_2 ισχύει: $\ln\left(\frac{\theta_1}{\theta_2}\right)=\ln\theta_1-\ln\theta_2$.

δ) Αν σ' ένα σύστημα με 2 εξισώσεις και 2 αγνώστους ισχύουν $D\neq 0$ και $Dx=0$ και $Dy=0$, τότε το σύστημα έχει άπειρες λύσεις.

ε) Η συνάρτηση $f(x)=\left(\frac{1}{e}\right)^x$ είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$.

(2x5 μονάδες)

ΘΕΜΑ Β

Β1. Δείξτε ότι $\mathrm{A}(x)=\dfrac{2}{\varepsilon\varphi\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+\varepsilon\varphi(\pi+x)}=\eta\mu 2x$.

(7 μονάδες)

Β2. Δείξτε ότι η $\mathrm{B}(x)=\dfrac{(\eta\mu x+\sigma\upsilon\nu x)^2-\eta\mu 2x}{2}=\dfrac{1}{2}$.

(6 μονάδες)

Β3. Να λυθεί η εξίσωση $\mathrm{A}(x)=\mathrm{B}(x)$.

(6 μονάδες)

Β4. Έστω η συνάρτηση $f(x)=A(x)-B(x)$. Βρείτε τη μέγιστη τιμή Μ, την ελάχιστη τιμή ε καθώς και την περίοδο Τ της συνάρτησης $f(x)$.

(6 μονάδες)

ΘΕΜΑ Γ

Έστω πολυώνυμο $P(x)=2x^5-3x^4-7x^3+(\lambda+6)x^2+7x+\mu$ για το οποίο ισχύουν:

i) Το x είναι παράγοντας του P(x).
ii) Το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) με το (x+1) είναι 3.

Γ1. Δείξτε ότι λ=2 και μ=0.

(6 μονάδες)

Γ2. Για λ=2 και μ=0,

i) Να γραφεί η ταυτότητα της διαίρεσης του P(x) με το $\left(x^2-2\right)$.

(7 μονάδες)

ii) Να βρεθούν τα διαστήματα που η γραφική παράσταση του P(x) είναι πάνω από την ευθεία $y=x+4$.

(7 μονάδες)

Γ3. Έστω το πολυώνυμο:

$$Q(x)=2x^5+(2a+\beta)x^4-7x^3+(-3a+2\beta)x^2+(\kappa+6)x+(\kappa-1).$$

Βρείτε τους αριθμούς α, β και κ ώστε $P(x)=Q(x)$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$.

(5 μονάδες)

ΘΕΜΑ Δ

Έστω οι συναρτήσεις $f(x)=\ln\left(\dfrac{e^{2x}-(e+1)e^x+e}{e^{x+1}-e}\right)$ και $g(x)=e^{2x-1}-4e^{x-1}+3$.

Δ1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f και να απλοποιηθεί ο τύπος της.

(6 μονάδες)

Δ2. Να λυθεί η εξίσωση $g(x)=e^{\ln\frac{5+3e}{e}}$

(7 μονάδες)

Δ3. Βρείτε τις τιμές του x ώστε η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)$ να μην είναι πάνω από τον άξονα $x'x$.

(6 μονάδες)

Δ4. Να λύσετε την ανίσωση $e^{f(x)}\geq g(x)+\dfrac{6-4e}{e}$.

(6 μονάδες)