

**ΘΕΜΑ 1**

A. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σ, Λ

❶ Δύο αντίρροπα διανύσματα  $\vec{a}$ ,  $\vec{\beta}$  είναι πάντοτε και αντίθετα.

❷ Αν  $\vec{a} = (-1, 2)$ ,  $\vec{\beta} = (0, 2)$ ,  $\vec{\gamma} = (1, 2)$  τότε  $(\vec{a} - \vec{\beta}) \parallel \vec{\gamma}$

❸ Αν  $\vec{a} \cdot \vec{\beta} > 0$  τότε η γωνία  $\widehat{(\vec{a}, \vec{\beta})}$  είναι αμβλεία

❹ Το  $\frac{(\vec{a} \cdot \vec{\beta}) \cdot \vec{\gamma}}{|\vec{\gamma}|^2}$ ,  $\vec{\gamma} \neq \vec{0}$  είναι διάνυσμα

❺ Αν  $\vec{a} = \vec{\beta}$  τότε  $|\vec{a} - \vec{\beta}| = 0$

B. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

❶ Η παράσταση  $\vec{j} \cdot (2 \cdot \vec{j} - 3 \vec{i})$  είναι ίση με

A. -1      B. -3      Γ. 2      Δ. 5      E. 0

❷ Τα διανύσματα  $\vec{a} = (x, 3)$ ,  $\vec{\beta} = (1, 2)$  είναι κάθετα όταν  $x = \dots$

A. 9      B. 3      Γ. -9      Δ. 6      E. -6

❸ Αν  $|\vec{a}| = 1$ ,  $|\vec{\beta}| = 2$  και  $\widehat{(\vec{a}, \vec{\beta})} = 120^\circ$  τότε  $\vec{a} \cdot \vec{\beta} =$

A. 0      B. 2      Γ. -1      Δ. 1      E. -2

❹ Η γωνία που σχηματίζει το  $\vec{a} = (-2, 2)$  με τον x'x είναι

A.  $0^\circ$       B.  $135^\circ$       Γ.  $45^\circ$       Δ.  $120^\circ$       E.  $225^\circ$

❺ Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{a} = (1, 1)$ ,  $\vec{\beta} = (2, -1)$ .

Η προβολή του  $\vec{a}$  πάνω στο  $\vec{\beta}$  είναι το διάνυσμα

A.  $-\vec{\beta}$       B.  $\frac{1}{5} \vec{\beta}$       Γ.  $-\frac{1}{5} \vec{\beta}$       Δ.  $\frac{1}{5} \vec{a}$       E.  $\vec{\beta}$

**ΘΕΜΑ 2**

Θεωρούμε τα μοναδιαία διανύσματα  $\vec{a}, \vec{\beta}$  με  $(\vec{a}, \vec{\beta}) = \frac{2\pi}{3}$  καθώς και τα διανύσματα  $\vec{u} = \vec{a} + \vec{\beta}$  και  $\vec{v} = \vec{a} - \vec{\beta}$ . Να βρείτε

- ❶ το εσωτερικό γινόμενο  $\vec{a} \vec{\beta}$
- ❷ τα μέτρα των  $\vec{u}, \vec{v}$
- ❸ το εσωτερικό γινόμενο  $\vec{u} \vec{v}$
- ❹ τη γωνία  $\theta$  των  $\vec{u}, \vec{v}$

**ΘΕΜΑ 3**

**A.** Αν  $\vec{a}, \vec{\beta}$  διανύσματα με  $|\vec{a}| = 4, |\vec{\beta}| = 1, (\vec{a}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{3}$  και  $\vec{\gamma} = \vec{a} + \lambda \vec{\beta}, \lambda \in \mathcal{R}$

- ❶ να βρείτε το  $\lambda$  ώστε να είναι  $|\vec{\gamma}| = \sqrt{12}$
- ❷ για  $\lambda = -2$ , να δείξετε ότι  $\vec{\beta} \perp \vec{\gamma}$



**B.** Σε παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ θεωρούμε τα σημεία Μ και Ν έτσι ώστε :  $6 \cdot \vec{AM} = \vec{AB}, 7 \cdot \vec{AN} = \vec{AG}$ . Να δείξετε ότι Μ, Ν, Δ συνευθειακά.

**ΘΕΜΑ 4**

**A.** Θεωρούμε το διάνυσμα  $\vec{a} = \left( 2 - \left| \vec{a} \right|, \left| \vec{a} \right| - 1 \right)$ ,

με  $\vec{a}$  μη παράλληλο στον  $x'x$

- ❶ Να δείξετε ότι  $\vec{a} = (-3, 4)$
- ❷ Να βρείτε την προβολή του  $\vec{\beta} = (2, 1)$  στο  $\vec{a}$ .
- ❸ Να γράψετε το  $\vec{\beta}$  ως γραμμικό συνδυασμό των  $\vec{a}$  και  $\vec{\gamma} = (6, -8)$   
Τι παρατηρείτε ;
- ❹ Να βρεθούν οι συντεταγμένες διανύσματος  $\vec{v}$  όταν  $\vec{v} \perp \vec{a}$  και  $|\vec{v}| = 5$



**B.** Δίνεται το διάνυσμα  $\vec{a} \neq \vec{0}$ . Να λυθεί η εξίσωση  $\left| \vec{x} - \vec{a} \right| \cdot \vec{x} = \left| \vec{x} + 8\vec{a} \right| \cdot \vec{a}$