

ΘΕΜΑ 1

A. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σ, Λ

❶ Δύο αντίρροπα διανύσματα \vec{a} , $\vec{\beta}$ είναι πάντοτε και αντίθετα

❷ Ισχύει πάντα $(\vec{a} \cdot \vec{\beta})^2 = \vec{a}^2 \cdot \vec{\beta}^2$

❸ Αν $\vec{a} \cdot \vec{\beta} < 0$ τότε η γωνία $\widehat{(\vec{a}, \vec{\beta})}$ είναι αμβλεία

❹ Ισχύει πάντα $|\vec{a} \cdot \vec{\beta}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{\beta}|$

❺ Ισχύει πάντα $\vec{a} = \vec{\beta} \Leftrightarrow |\vec{a} - \vec{\beta}| = 0$

B. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

❶ Ο αριθμός $j \cdot (\vec{j} - \vec{i})$ είναι ίσος με

- A. 1 B. -3 Γ. 2 Δ. 5 E. 0

❷ Τα διανύσματα $\vec{a} = (x, 2)$, $\vec{\beta} = (1, 2)$, $x \in \mathbb{R}$, είναι κάθετα όταν $x = \dots$

- A. 9 B. 3 Γ. -4 Δ. 6 E. -6

❸ Τα διανύσματα $\vec{a} = (x, 2)$, $\vec{\beta} = (8, x)$, $x \in \mathbb{R}$, είναι αντίρροπα όταν $x = \dots$

- A. 0 B. 4 Γ. -4 Δ. -8 E. -2

❹ Η γωνία που σχηματίζει το $\vec{a} = (-2, 2)$ με τον $x'x$ είναι

- A. 0^0 B. 135^0 Γ. 45^0 Δ. 120^0 E. 225^0

❺ Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a} = (-1, 1)$, $\vec{\beta} = (2, 2)$.

Η προβολή του \vec{a} πάνω στο $\vec{\beta}$ είναι το διάνυσμα

- A. $\vec{0}$ B. $\frac{1}{5} \vec{\beta}$ Γ. $-\frac{1}{5} \vec{\beta}$ Δ. \vec{a} E. $\vec{\beta}$

ΘΕΜΑ 2

Α. Δίνονται τα σημεία $A(-1,-5)$, $B(2,1)$ και $\Gamma(1,5)$.

- α) Να δείξετε ότι τα σημεία σχηματίζουν τρίγωνο .
- β) Να βρείτε την τέταρτη κορυφή του παρ/μμου $ΑΒΓΔ$.



Β. Δίνονται τα μη μηδενικά διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ για τα οποία ισχύουν

$|\vec{\beta}|=2$, $(\vec{\alpha},\vec{\beta})=60^{\circ}$ και $\text{προβ}_{\vec{\alpha}}\vec{\beta}=\frac{1}{3}\vec{\alpha}$. Να βρείτε

- α) το $|\vec{\alpha}|$
- β) το $|2\vec{\alpha}-3\vec{\beta}|$

ΘΕΜΑ 3

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$, $\vec{\gamma}$ για τα οποία ισχύουν

• $3\vec{\alpha} + 2\vec{\beta} = (-2,9)$ • $\vec{\alpha} - 2\vec{\beta} = (10,-5)$ • $\vec{\gamma} = \left(|\vec{\gamma}| - 1, 3 \right)$

α) Να βρείτε τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$, $\vec{\gamma}$.

β) Αν $\vec{\alpha} = (2,1)$, $\vec{\beta} = (-4,3)$, $\vec{\gamma} = (4,3)$

i) να γράψετε το διάνυσμα $\vec{\gamma}$ ως γραμμικό συνδυασμό των $2\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$

ii) να βρείτε τον $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε το διάνυσμα $\vec{\delta} = (\lambda, 6 - \lambda)$ να είναι παράλληλο στο διάνυσμα $\vec{\alpha} - \vec{\beta}$.

ΘΕΜΑ 4

Έστω τα μη μηδενικά διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ με $(\vec{\alpha},\vec{\beta})=120^{\circ}$ και ο ρόμβος $ΑΒΓΔ$ με $\vec{ΑΓ} = 3\vec{\alpha} + 3\vec{\beta}$ και $\vec{ΒΔ} = \vec{\alpha} - \vec{\beta}$.

α) Να δείξετε ότι $|\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}|$.

β) Να εκφράσετε τα $\vec{ΑΔ}$, $\vec{ΑΒ}$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$.

γ) Αν $\vec{ΑΔ} = 2\vec{\alpha} + \vec{\beta}$ και $\vec{ΑΒ} = \vec{\alpha} + 2\vec{\beta}$, να βρείτε τις γωνίες του ρόμβου .