

Τάξη Β' (ΟΜΑΔΑ Α)

ΟΛΙΓΟΛΕΠΤΗ ΓΡΑΠΤΗ ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

Δίνονται τα μη μηδενικά διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ τέτοια ώστε $|\vec{\beta}| = 2|\vec{\alpha}|$ και $|\vec{\alpha} - \vec{\beta}| = \sqrt{5}|\vec{\alpha}|$.

Εστω επίσης και τα διανύσματα $\vec{x} = \kappa\vec{\alpha} + \lambda\vec{\beta}$ και $\vec{\psi} = \kappa\vec{\alpha} - \lambda\vec{\beta}$ ($\kappa, \lambda \geq 0$).

1. Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ είναι κάθετα.

2. Να αποδείξετε ότι αν $|\vec{x}| = \sqrt{5}|\vec{\alpha}|$ τότε $\kappa^2 + 4\lambda^2 = 5$

3. Αν $\kappa = \lambda = 1$ και $\text{προβ}_{\vec{\psi}}^{\vec{x}} = \mu\vec{\psi}$ να υπολογίσετε την τιμή του $\mu \in \mathbb{R}$

(μονάδες : 20+20+10)

ΘΕΜΑ Β

Να χαρακτηρίσετε ΣΩΣΤΕΣ ή ΛΑΘΟΣ τις παρακατω προτάσεις:

1. Τα ζεύγη $\vec{a}, \vec{\beta}$ και $-\vec{a}, -\vec{\beta}$ των διανυσμάτων έχουν ίσα εσωτερικά γινόμενα.

2. Αν είναι $(\vec{a}, \vec{\beta}) > \frac{\pi}{2}$, τότε $\vec{a} \cdot \vec{\beta} < 0$.

3. Αν $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = \vec{a} \cdot \vec{\gamma}$ τότε είναι $\vec{\beta} = \vec{\gamma}$.

4. Αν $\vec{a} = (3, 5)$ και $\vec{\beta} = (\frac{1}{3}, -\frac{1}{5})$ τότε $\vec{a} \perp \vec{\beta}$.

5. Είναι $\vec{\psi} \cdot \text{προβ}_{\vec{\psi}}^{\vec{x}} = \vec{x} \cdot \text{προβ}_{\vec{x}}^{\vec{\psi}}$

(μονάδες : 5 X 10=50)

Τάξη Β' (ΟΜΑΔΑ Β)

ΟΛΙΓΟΛΕΠΤΗ ΓΡΑΠΤΗ ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

Δίνονται τα μη μηδενικά διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ τέτοια ώστε $|\vec{\alpha}| = 2|\vec{\beta}|$ και $|\vec{\beta} - \vec{\alpha}| = \sqrt{5}|\vec{\beta}|$.

Εστω επίσης και τα διανύσματα $\vec{x} = \kappa\vec{\alpha} + \lambda\vec{\beta}$ και $\vec{\psi} = \kappa\vec{\alpha} - \lambda\vec{\beta}$ ($\kappa, \lambda \geq 0$).

1. Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ είναι κάθετα.

2. Να αποδείξετε ότι αν $|\vec{\psi}| = \sqrt{5}|\vec{\beta}|$ τότε $4\kappa^2 + \lambda^2 = 5$

3. Αν $\lambda = \kappa = 1$ και $\text{προβ}_{\vec{x}}^{\vec{\psi}} = \mu\vec{x}$ να υπολογίσετε την τιμή του $\mu \in \mathbb{R}$
(μονάδες : 20+20+10)

ΘΕΜΑ Β

Να χαρακτηρίσετε ΣΩΣΤΕΣ ή ΛΑΘΟΣ τις παρακάτω προτάσεις:

1. Τα ζεύγη $\vec{a}, \vec{\beta}$ και $-\vec{a}, -\vec{\beta}$ των διανυσμάτων έχουν ίσα εσωτερικά γινόμενα.

2. Αν είναι $(\vec{a}, \vec{\beta}) < \frac{\pi}{2}$, τότε $\vec{a} \cdot \vec{\beta} > 0$.

3. Αν $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = \vec{a} \cdot \vec{\gamma}$ τότε είναι $\vec{\beta} = \vec{\gamma}$.

4. Αν $\vec{a} = (3, 5)$ και $\vec{\beta} = (\frac{1}{3}, -\frac{1}{5})$ τότε $\vec{a} \perp \vec{\beta}$.

5. Είναι $\vec{\psi} \cdot \text{προβ}_{\vec{\psi}}^{\vec{x}} = \vec{x} \cdot \text{προβ}_{\vec{x}}^{\vec{\psi}}$

(μονάδες : 5 X 10=50)

