1ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΡΟΔΟΥ – ΒΕΝΕΤΟΚΛΕΙΟ
ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΤ/ΝΣΗΣ
ΤΕΤΑΡΤΗ 5 Δεκεμβρίου 2012

ΘΕΜΑ Α

Α1. Αν $\vec{\alpha}=(x_1\ ,\ y_1)$, $\vec{\beta}=(x_2\ ,\ y_2)$ και $\vec{\gamma}=(x_3\ ,\ y_3)$, να αποδείξετε ότι:

$$\vec{\alpha}\cdot(\vec{\beta}+\vec{\gamma})=\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}+\vec{\alpha}\cdot\vec{\gamma}.$$

Μονάδες 10

Α2. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στηνκόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α. Αν Α, Β, Γ διαφορετικά σημεία του επιπέδου, τότε $\overrightarrow{\mathrm{AB}}-\overrightarrow{\mathrm{A\Gamma}}=\overrightarrow{\mathrm{B\Gamma}}$.

β. Αν $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ μη μηδενικά διανύσματα, τότε $\vec{\alpha}\cdot\pi\rho o\beta_{\vec{\alpha}}\vec{\beta}=\vec{\beta}\cdot\pi\rho o\beta_{\vec{\beta}}\vec{\alpha}$.

γ. Αν $\vec{\alpha}\neq\vec{0}$ και $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}=\vec{\alpha}\cdot\vec{\gamma}$, τότε οπωσδήποτε ισχύει $\vec{\beta}=\vec{\gamma}$.

δ. Αν $\lambda\cdot\vec{\alpha}=\lambda\cdot\vec{\beta}$ και $\lambda\neq 0$, τότε $\vec{\alpha}=\vec{\beta}$.

ε. Αν $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ μη μηδενικά διανύσματα τότε $\vec{\alpha}\perp\vec{\beta}\ \Leftrightarrow\ \det(\vec{\alpha},\ \vec{\beta})=0$.

Μονάδες 5x3=15

ΘΕΜΑ Β

Έστω Κ, Α, Β, Γ σημεία του επιπέδου για τα οποία ισχύει $5\cdot\overrightarrow{\mathrm{KA}}+3\cdot\overrightarrow{\mathrm{KB}}=8\cdot\overrightarrow{\mathrm{K\Gamma}}$.

Β1. Να αποδείξετε ότι τα σημεία Α, Β, Γ είναι συνευθειακά και να βρείτε τη σχετική τους θέση.

Β2. Αν $|\overrightarrow{\mathrm{B\Gamma}}|=10$, να υπολογίσετε τα $|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|$ και $|\overrightarrow{\mathrm{A\Gamma}}|$.

Μονάδες 13+12=25

ΘΕΜΑ Γ

Θεωρούμε τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ του επιπέδου με $|\vec{\alpha}|=2$, $|\vec{\beta}|=3$ και $(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}})=\dfrac{\pi}{3}$. Αν $\vec{u}=2\vec{\alpha}-\vec{\beta}$ και $\vec{v}=\vec{\alpha}+3\vec{\beta}$ τότε:

Γ1. Να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{u}\cdot\vec{v}$.

Γ2. Να υπολογίσετε το συνημίτονο της γωνίας των διανυσμάτων $\vec{u}$ και $\vec{v}$.

Γ3. Να βρείτε την προβολή του διανύσματος $\vec{u}$ πάνω στο $\vec{\alpha}$.

Μονάδες 8+9+8=25

ΘΕΜΑ Δ

Θεωρούμε τα διανύσματα $\vec{u}=(-2,5)$, $\vec{v}=(2,0)$ και τα σημεία Α, Β, Γ, όπου $\mathrm{A}(-1,-2)$, $\overrightarrow{\mathrm{B\Gamma}}=\vec{u}+\vec{v}$ και $\overrightarrow{\mathrm{A\Gamma}}=6\vec{v}$.

Δ1. Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\overrightarrow{\mathrm{B\Gamma}}$, $\overrightarrow{\mathrm{A\Gamma}}$ και $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$.

Δ2. Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες των σημείων Β και Γ.

Δ3. Να δείξετε ότι τα σημεία Α, Β και Γ σχηματίζουν ορθογώνιο τρίγωνο.

Δ4. Αν Μ το μέσο του ΑΓ και $\vec{w}=\overrightarrow{\mathrm{OM}}-3\cdot\vec{i}$, να υπολογίσετε τη γωνία του διανύσματος $\vec{w}$ με τον άξονα $x'x$.

Μονάδες 6+6+6+7=25