

ΘΕΜΑ 1

- A) Να γράψετε τούς ορισμούς της γνησίως αύξουσας και γνησίως φθίνουσας συνάρτησης σε ένα διάστημα. Mov_6
- B) Να αποδείξετε ότι αν μια συνάρτηση f είναι γνήσια αύξουσα σε ένα διάστημα Δ τότε η συνάρτηση $-f$ είναι γνήσια φθίνουσα στο Δ . Mov_8
- Γ) Να χαρακτηρίσετε κάθε μια από τις επόμενες προτάσεις με την ένδειξη Σωστή ή Λάθος** Mov_11
- 1 Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $|f|$ βρίσκεται κάτω από τον άξονα x' .
 - 2 Δύο συναρτήσεις f και g είναι ίσες, αν υπάρχουν κάποια $x \in \mathbb{R}$, ώστε να ισχύει $f(x) = g(x)$
 - 3 Αν η συνάρτηση f είναι 1-1, οι συναρτήσεις g και h έχουν πεδίο ορισμού το \mathbb{R} και ισχύει $f(g(x)) = f(h(x))$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$, τότε οι συναρτήσεις g και h είναι ίσες.
 - 4 Η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \frac{\sqrt{x^2}}{x}$ με $x \neq 0$ είναι σταθερή.
 - 5 Αν μια συνάρτηση f έχει πεδίο ορισμού το \mathbb{R} , είναι γνησίως αύξουσα και έχει σύνολο τιμών το $(0, +\infty)$ τότε η συνάρτηση $\frac{1}{f}$ είναι γνησίως φθίνουσα στο \mathbb{R}
 - 6 Η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{x}$ είναι γνησίως φθίνουσα στο σύνολο $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$
 - 7 Αν μια περιττή συνάρτηση f παρουσιάζει μέγιστο στο x_0 τότε θα παρουσιάζει ελάχιστο στο $-x_0$
 - 8 Αν μια άρτια συνάρτηση f παρουσιάζει ακρότατο στο x_0 , τότε παρουσιάζει το ίδιο είδος ακρότατου στο $-x_0$
 - 9 Αν μια συνάρτηση f είναι άρτια τότε είναι 1:1.
 - 10 Αν η συνάρτηση f είναι 1:1, τότε $f(f^{-1}(x)) = x$, όταν το x ανήκει στο σύνολο τιμών της f
 - 11 Η συνάρτηση f έχει πεδίο ορισμού το \mathbb{R} , τότε η συνάρτηση $g(x) = \frac{1}{2}[f(x) + f(-x)]$ είναι άρτια.

ΘΕΜΑ 2

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \frac{(2\alpha^2 - 1)x^2 + 2}{x + 2\alpha}$, $g(x) = \frac{(3 - 2\alpha)x^2 + 2\alpha}{x + 3 - \alpha}$, με $\alpha \in \mathbb{R}$

- A) Να βρείτε το $\alpha \in \mathbb{R}$ ώστε να είναι $f = g$ Mov_6
- B) Για $\alpha = 1$:
- α) να προσδιορίσετε τις τιμές του x για τις οποίες οι γραφικές παραστάσεις των f και g είναι πάνω από την ευθεία $y = x - 2$ Mov_6
 - β) να αποδείξετε ότι η f δεν είναι άρτια Mov_6
 - γ) να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της f δεν έχει κέντρο συμμετρίας το $O(0,0)$ Mov_7

ΘΕΜΑ 3

Έστω η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$, ώστε να ισχύει $f(x) + \ln(f(x)) + e^x + x = 0$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

- A) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση $h(x) = e^x + x$ είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} Mov_8
- B) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα στο \mathbb{R} Mov_9
- Γ) Να λύσετε την ανίσωση $f(e^x + x) > f(e^{\sqrt{x}} + \sqrt{x})$ Mov_8

ΘΕΜΑ 4

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = 2 - \ln(x - 1)$ και $g(x) = \frac{1}{e^x} - 1$.

- A) Να αποδείξετε ότι η g είναι 1-1. Mov_6
- B) Να βρείτε την συνάρτηση g^{-1} . Mov_6
- Γ) Να βρείτε την συνάρτηση $g^{-1} \circ f$. Mov_6
- Δ) Να λύσετε την εξίσωση $g^{-1}(2x - 1) = 0$. Mov_7