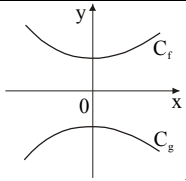
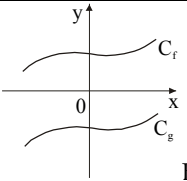
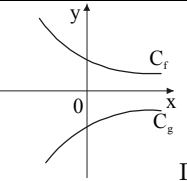
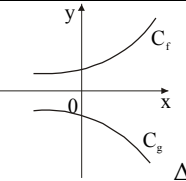


**ΘΕΜΑ 1**

- A) Να αποδείξετε ότι αν μια συνάρτηση είναι παραγωγίσιμη στο  $x_0$  τότε είναι συνεχής σ' αυτό. Μον\_6
- B) Για μια συνάρτηση  $f$  η οποία είναι παραγωγίσιμη στο  $\mathbb{R}$ , να χαρακτηρίσετε κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις με την ένδειξη σωστό ή λάθος Μον\_8
- α) Αν η  $f$  είναι άρτια, τότε η  $f'$  είναι περιττή
- β) Αν η  $f$  είναι περιοδική, τότε η  $f'$  είναι περιοδική με την ίδια περίοδο.
- γ) Αν η  $f'$  είναι άρτια τότε η  $f$  είναι άρτια
- δ) Αν η  $f'$  είναι περιττή τότε η  $f$  είναι περιττή
- B) Έστω συνάρτηση  $f$  η οποία είναι κυρτή στο  $[\alpha, \beta]$ . να συγκρίνετε τα  $\lambda_A, \lambda_B, \lambda_{AB}$  όπου  $\lambda_A, \lambda_B$ , είναι οι κλίσεις των εφαπτομένων στη γραφική παράσταση της  $f$  στα σημεία  $A$  και  $B$  αντίστοιχα και  $\lambda_{AB}$  η κλίση της  $AB$ . Μον\_3
- Γ) Να αντιστοιχίσετε σε κάθε σχέση της γραμμής A ένα γράφημα από τη γραμμή B Μον\_8

A	1. $(f(x) - g(x))' > 0$	2. $(f(x) - g(x))' = 0$	3. $(f(x) - g(x))' < 0$	
	4. $(f(x) - g(x))' > 0$ , για $x > 0$ και $(f(x) - g(x))' < 0$ για $x < 0$			
B	 A	 B	 Γ	 Δ

**ΘΕΜΑ 2**

Έστω η δυο φορές παραγωγίσιμη συνάρτηση  $f$  στο  $[\alpha, \beta]$  για την οποία γνωρίζουμε ότι: υπάρχει  $x_0 \in [\alpha, \beta]$  ώστε  $f''(x_0) = f'(x_0) = 0$  και η  $f''$  είναι γνήσια αύξουσα και συνεχής συνάρτηση στο  $[\alpha, \beta]$ . Αποδείξτε τα εξής:

- A) Η  $f'$  έχει ελάχιστο στο  $x_0$ . Μον\_6
- B) Η  $f$  είναι γνήσια αύξουσα συνάρτηση στο  $[\alpha, \beta]$ . Μον\_6
- Γ) Η  $f$  έχει σημείο καμπής. Μον\_6
- Δ) Να βρείτε το σύνολο τιμών της συνάρτησης  $f$  καθώς και της  $f''$ . Μον\_7

**ΘΕΜΑ 3**

Μια παραγωγίσιμη συνάρτηση  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  έχει την ιδιότητα:  $3f(x) + f^3(x) = 3x$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .

- A) Να βρεθεί το  $f(0)$ . Μον\_6
- B) Να μελετηθεί η  $f$  ως προς την μονοτονία. Μον\_6
- Γ) Να αποδειχθεί ότι  $f(x) > 0$  για κάθε  $x > 0$ . Μον\_6
- Δ) Να αποδειχθεί ότι  $xf'(x) < f(x) < x$  για κάθε  $x > 0$ . Μον\_7

**ΘΕΜΑ 4**

Έστω η συνάρτηση  $f(x) = e^{\alpha-x} + x - 1$  με  $\alpha > 0$ .

- A) Να αποδείξετε ότι  $f(x) > 0$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  Μον\_6
- B) να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f'(x)}{x - \alpha}$  Μον\_6
- Γ) Να βρείτε την πλάγια ασύμπτωτη της  $C_f$  στο  $+\infty$  Μον\_7
- Δ) Να βρείτε το  $\alpha$  ώστε η εφαπτομένη της  $C_f$  στο  $M(1, f(1))$  να διέρχεται από το σημείο  $P(0, 1)$  Μον\_6