Μάθημα/Τάξη:	*Μαθηματικά Προσανατολισμού Γ Λυκείου*
Κεφάλαιο:	*Εφ' όλης της διδαχθείσας ύλης*
Ονοματεπώνυμο Μαθητή:	
Ημερομηνία:	*6/12/2021*
Επιδιωκόμενος Στόχος:	***90/100***

ΘΕΜΑ Α

Α1. Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις με **Σ** εάν είναι σωστή και με **Λ** εάν είναι λανθασμένη.

α) Αν η f είναι συνεχής συνάρτηση στο x_0 τότε $f(x_0) = \lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)$

β) $\lim\limits_{x\to 1} f(x+3) = f(4)$

γ) Αν $f(1)f(-1) < 0$ τότε η $f(x) = 0$ έχει οπωσδήποτε μία τουλάχιστον λύση στο $(-1,1)$

δ) Δίνεται η $f: R \to R$ για την οποία ισχύει ότι $f(2x) > f(x)$ για κάθε $x \in R$.Τότε η f είναι γνήσια αύξουσα στο R.

ε) Η $f(x) = \begin{cases} x+1\,, x \leq 0 \\ 2x\,, \quad x \geq 0 \end{cases}$ δεν είναι συνάρτηση.

(2 μονάδες κάθε σωστή απάντηση) – 10 μονάδες

Α2. Δώστε τους ορισμούς :

1. Της γνήσιας αύξουσας συνάρτησης σε ένα διάστημα Δ⊆R.
2. Της συνεχούς συνάρτησης στο $[\alpha, \beta]$.
3. Του (ολικού) μεγίστου μίας συνάρτησης στο x_0 ενός συνόλου Α, εάν $f: A \to R$.

(4 μονάδες ο κάθε ορισμός) – 12 μονάδες

Α3. Δικαιολογείστε γιατί η $f(x) = \ln(x+1) + (x+1)^x$ είναι συνεχής συνάρτηση στο $(0, +\infty)$

3 μονάδες

...ΑΡΑ ΠΕΡΑΣΕΣ!

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η $f(x)=\begin{cases}\frac{xe^x+2x^2}{x} & ,x\neq 0\\ 2 & ,x=0\end{cases}$

i) Μελετήστε την f ως προς την συνέχεια στο πεδίο ορισμού της.

8 μονάδες

ii) Αποδείξτε ότι η f είναι γνήσια αύξουσα στα διαστήματα $(-\infty,0)$ και $(0,+\infty)$

9 μονάδες

iii) Δείξτε ότι η C_f έχει μόνο ένα κοινό σημείο στο R με την ευθεία $y=x$.

8 μονάδες

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται οι $f,g:R\to R$,που η f είναι συνεχής και ισχύουν τα παρακάτω:

- $f^2(x)-2xf(x)=1$ *για κάθε* $x\epsilon R$.
- $|f(x)-1|\leq g(x)\cdot|\frac{x}{\eta\mu x}|$ *για κάθε* $x\in\left(-\frac{\pi}{2},0\right)U(0,\frac{\pi}{2})$
- $\lim\limits_{x\to 0}\frac{g(x)-x-\eta\mu x}{x+\eta\mu x}=2021$

α) Δείξτε ότι $f(0)=1$

4 μονάδες

β) Βρείτε τον τύπο της f.

5 μονάδες

γ) Αποδείξτε ότι η C_f *βρίσκεται πάνω από τον x'x.*

8 μονάδες

δ) Βρείτε το $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.

8 μονάδες

...ΑΡΑ ΠΕΡΑΣΕΣ!

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η $f:[0,1] \to R$ η οποία είναι συνεχής και $f([0,1]) = [0,1]$.

i) *Δείξτε ότι η C_f τέμνει την $y = x^2$ τουλάχιστον μία φορά.*

8 μονάδες

ii) *Αν η f είναι γνήσια φθίνουσα συνάρτηση στο [0,1] ,δείξτε ότι υπάρχει μόνο ένα $\xi \in (0,1)$ ώστε $f(\xi) = \xi^2$.*

5 μονάδες

iii) *Βρείτε το $\lim\limits_{x\to 0}\left(xf(x)\eta\mu\frac{1}{\chi}\right)$*

5 μονάδες

iv) *Εάν $f(0) \neq 0$ αποδείξτε ότι η εξίσωση $\frac{f(x)}{x} + \frac{x}{x-1} = 0$ έχει μία τουλάχιστον ρίζα στο (0,1)*

7 μονάδες

Καλή Επιτυχία