



Μάθημα/Τάξη:	<i>Μαθηματικά Προσανατολισμού Γ Λυκείου</i>
Κεφάλαιο:	<i>Εφ' όλης της διδαχθείσας ύλης</i>
Όνοματεπώνυμο Μαθητή:	
Ημερομηνία:	<i>22/01/2022</i>
Επιδιωκόμενος Στόχος:	

ΘΕΜΑ Α

A1. Διατυπώστε το Θεώρημα Bolzano και εξηγήστε το γεωμετρικά.

5 μονάδες

A2. Δώστε τον ορισμό της συνεχούς συνάρτησης στο $[a, \beta]$.

5 μονάδες

A3. Επιλέξτε την σωστή ή τις απαντήσεις συμπληρώνοντας την παρακάτω πρόταση:

$$\text{«}H f: R \rightarrow R \text{ με } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-x}{x}, & x \neq 0 \\ -1, & x = 0 \end{cases} \text{: } \text{»}$$

- i) Είναι ασυνεχής στο 0
- ii) Είναι συνεχής στο 0
- iii) Είναι συνεχής στο R
- iv) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$
- v) Η γραφική παράσταση της f είναι ευθεία

5 μονάδες

A4. Εξηγήστε αναλυτικά γιατί η $f(x) = e^{x^2+1} + \ln(x^2 + 1) + (x^2 + 1)^x$ έχει πεδίο ορισμού το R και είναι συνεχής σε αυτό.

5 μονάδες

A5. Αποδείξτε ότι κάθε παραγωγίσιμη συνάρτηση είναι και συνεχής.

5 μονάδες



ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 1, & x \leq 0 \\ \sqrt{x} + 1, & x > 0 \end{cases}$

- i) Μελετήστε την f ως προς την συνέχεια και βρείτε την $f'(x)$ όπου αυτή ορίζεται.

8 μονάδες

- ii) Αποδείξτε ότι η εξίσωση $\frac{f(x)}{x-\alpha} + \frac{f(x)}{x-\beta} = 0$ έχει μία τουλάχιστον ρίζα στο (α, β) .

9 μονάδες

- iii) Βρείτε την εφαπτομένη (ε) της Cf στο σημείο $M(-1, 3)$ και εξετάστε αν η (ε) έχει και άλλο κοινό σημείο με την Cf .

8 μονάδες

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = e^x$ και $g(x) = \frac{1}{x}$.

Γ1. Βρείτε το $g(\Delta_1)$ για $\Delta_1 = [1, +\infty)$.

4 μονάδες

Γ2. Αποδείξτε ότι οι Cf και Cg τέμνονται σε ένα ακριβώς σημείο.

10 μονάδες

Γ3. Αποδείξτε ότι η εξίσωση $e^x - \frac{1}{x} = 2$ έχει ακριβώς δύο λύσεις.

6 μονάδες

Γ4. Υπολογίστε τα όρια $\lim_{x \rightarrow +\infty} [(f(x) - x^2 + 2x)g(x)]$ και $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$.

5 μονάδες



ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η $f = \sqrt[3]{x^2}$.

Δ1. Εξετάστε ποιες απ' τις συνθήκες του θεωρήματος Rolle ικανοποιεί στο διάστημα $[-\alpha, \alpha]$ για $\alpha \neq 0$.

6 μονάδες

Δ2. Δίνεται η ευθεία (ε) $3y - 2x - 1 = 0$. Εξετάστε εάν εφάπτεται στην Cf .

6 μονάδες

Δ3. Αν Σ είναι το σημείο που η (ε) τέμνει τον $y'y$, βρείτε την εφαπτομένη της Cf που άγεται απ' το σημείο Σ .

7 μονάδες

Δ4. Αποδείξτε ότι η Cf και η $g(x) = x^2$ δεν έχουν κοινή εφαπτομένη.

6 μονάδες

Καλή Επιτυχία