



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΗΜΑΘΙΑΣ

7^{ος} Ημαθιώτικος Μαθητικός Διαγωνισμός στα Μαθηματικά

«Η ΥΠΑΤΙΑ»

Σάββατο 1 Νοεμβρίου 2014

Α' Γυμνασίου

ΘΕΜΑ 1^ο

Δίνονται οι αριθμοί $A = (6^2 - 4 \cdot 3 + 1) : 5^2 + 3 \cdot 2^3$ και $B = 4^2 \cdot (5^2 - 6 \cdot 4)^{2014} - 2 \cdot 3^1$

α. Να αποδείξετε ότι $A = 25$ και $B = 10$.

β. Να συγκρίνετε μεταξύ τους τα κλάσματα $\frac{B+2004}{A+1990}$ και $\frac{A+1990}{B+2004}$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

α.

$$A = (6^2 - 4 \cdot 3 + 1) : 5^2 + 3 \cdot 2^3$$

$$A = (36 - 12 + 1) : 25 + 3 \cdot 8$$

$$A = 25 : 25 + 24$$

$$A = 1 + 24$$

$$A = 25$$

$$B = 4^2 \cdot (5^2 - 6 \cdot 4)^{2014} - 2 \cdot 3^1$$

$$B = 16 \cdot (25 - 24)^{2014} - 6$$

$$B = 16 \cdot 1 - 6$$

$$B = 10$$

β.

$$\frac{B+2004}{A+1990} = \frac{10+2004}{25+1990} = \frac{2014}{2015} < 1 \quad \text{και} \quad \frac{A+1990}{B+2004} = \frac{25+1990}{10+2004} = \frac{2015}{2014} > 1$$

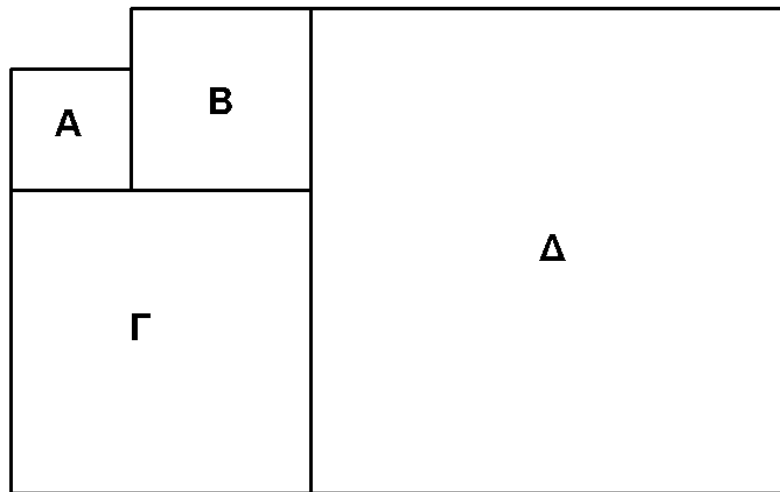
Επομένως, $\frac{B+2004}{A+1990} < \frac{A+1990}{B+2004}$

ΘΕΜΑ 2^ο

Τα παρακάτω σχήματα Α, Β, Γ και Δ είναι τετράγωνα. Η περίμετρος του τετραγώνου Α είναι 16 εκατοστά και η περίμετρος του τετραγώνου Β είναι 24 εκατοστά.

α. Να δείξετε ότι η περίμετρος του τετραγώνου Γ είναι 40 εκατοστά.

- β. Να δείξετε ότι το εμβαδόν του τετραγώνου Δ είναι 256 τετραγωνικά εκατοστά.
- γ. Αν χρησιμοποιήσουμε όλους τους παραπάνω αριθμούς 16, 24, 40 και 256 τουλάχιστον μία φορά τον καθένα, μπορούμε μόνο με την πράξη της πρόσθεσης να βγάλουμε άθροισμα 2015;

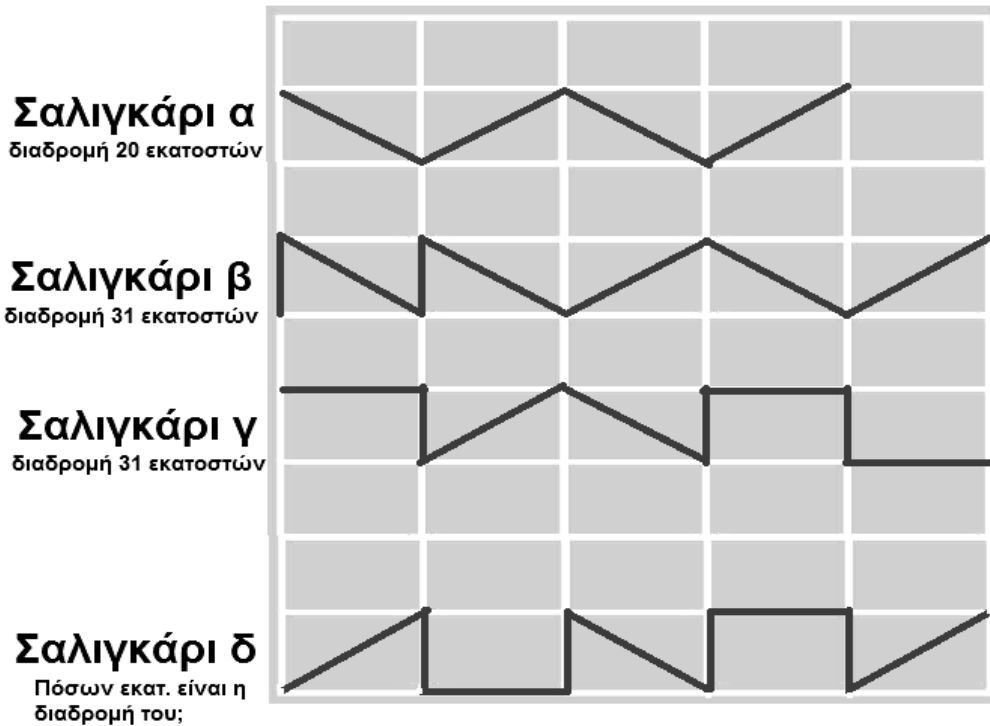


ΑΠΑΝΤΗΣΗ

- α. Το τετράγωνο Α έχει περίμετρο 16 εκ., άρα η πλευρά του θα είναι $16:4=4$ εκ.
 Το τετράγωνο Β έχει περίμετρο 24 εκ., άρα η πλευρά του θα είναι $24:4=6$ εκ.
 Άρα η πλευρά του τετραγώνου Γ είναι $4+6=10$ εκ. και η περιμέτρος του θα είναι $4 \times 10=40$ εκ.
- β. Η πλευρά του τετραγώνου Δ είναι $10+6=16$ εκ. και το εμβαδόν του είναι $16 \times 16=256$ τ.εκ.
- γ. Οι αριθμοί 16, 24, 40 και 256 είναι όλοι άρτιοι, επομένως το άθροισμα τους δεν μπορεί να μας δώσει έναν περιττό αριθμό.

ΘΕΜΑ 3^ο

Στο πλακόστρωτο της αυλής μας, που αποτελείται από πλακάκια που έχουν σχήμα ορθογωνίου παραλληλογράμμου, τέσσερα σαλιγκάρια αφήσανε τα ίχνη τους, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα με την έντονη μαύρη γραμμή. Παρατηρώντας το σχήμα και ξέροντας ότι το **σαλιγκάρι α** έκανε διαδρομή 20 εκατοστών, το **σαλιγκάρι β** 31 εκατοστών και το **σαλιγκάρι γ** επίσης 31 εκατοστών, να βρείτε πόσα εκατοστά είναι η διαδρομή του **σαλιγκαριού δ**.



ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Για το **σαλιγκάρι α** : το μήκος της διαγώνιας γραμμής είναι $20:4=5$ εκ.

Για το **σαλιγκάρι β**: το μήκος της κάθετης γραμμής είναι $(31-5 \times 5):2=6:2=3$ εκ.

Για το **σαλιγκάρι γ**: το μήκος της οριζόντιας γραμμής είναι $(31-2 \times 5-3 \times 3):3=12:3=4$ εκ.

Επομένως, η διαδρομή του **σαλιγκαριού δ** είναι: $3 \times 5+4 \times 3+2 \times 4=15+12+8=35$ εκ.

ΘΕΜΑ 4^ο

Ένα ζαχαροπλαστείο της Βέροιας ετοίμασε ταψάκια με ρεβανί. Επισκέπτες από την Πιερία και την Κοζάνη αγόρασαν το $\frac{1}{4}$ από αυτά ενώ επισκέπτες από τη Φλώρινα και τον Έβρο το $\frac{1}{6}$ από τα υπόλοιπα. Αν το ζαχαροπλαστείο έχει τώρα 15 ταψάκια, πόσα ταψάκια ετοίμασε;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

α' τρόπος

Τα 15 αυτά ταψάκια αποτελούν τα $\frac{5}{6}$ από αυτά που έμειναν, επομένως:

Τα $\frac{5}{6}$ είναι 15 ταψάκια

Το $\frac{1}{6}$ είναι $15:5=3$ ταψάκια

Τα $\frac{6}{6}$ είναι $6 \times 3=18$ ταψάκια

Τα 18 αυτά ταψάκια αποτελούν τα $\frac{3}{4}$ από τα συνολικά ταψάκια, επομένως:

Τα $\frac{3}{4}$ είναι 18 ταψάκια

Το $\frac{1}{4}$ είναι $18:3=6$ ταψάκια

Τα $\frac{4}{4}$ είναι $4 \times 6=24$ ταψάκια

Τα συνολικά ταψάκια είναι 24.

β' τρόπος

Επισκέπτες από την Πιερία και την Κοζάνη αγόρασαν το $\frac{1}{4}$ των ταψιών που είχε αρχικά το μαγαζί, επομένως έμειναν τα $\frac{3}{4}$. Οι επισκέπτες από τη Φλώρινα και τον Έβρο αγόρασαν

το $\frac{1}{6}$ από τα υπόλοιπα, δηλαδή το $\frac{1}{6}$ των $\frac{3}{4}$, άρα το $\frac{1}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$ των αρχικών ταψιών.

Τελικά αγοράστηκε το $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$ των αρχικών ταψιών και έμειναν τελικά τα $\frac{5}{8}$.

Τα 15 ταψάκια αποτελούν τα $\frac{5}{8}$ των αρχικών ταψιών, άρα:

Τα $\frac{5}{8}$ είναι 15 ταψάκια

Το $\frac{1}{8}$ είναι $15:5=3$ ταψάκια

Τα $\frac{8}{8}$ είναι $3 \times 8=24$ ταψάκια.