

## Ενδεικτικές λύσεις για τον 2<sup>ο</sup> τοπικό διαγωνισμό της Α' Γυμνασίου (2013-14)

### Θέμα 1<sup>ο</sup>

A)  $A = (46 \cdot 10) : 10 - 3^2 \cdot (3-1)^2 = 460 : 10 - 3^2 \cdot 2^2 = 46 - 9 \cdot 4 = 46 - 36 = 10$

B)  $B = 12 \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{2}{3}\right) + 2^4 \cdot 5 - 3 : \frac{1}{4} = 12 \cdot \left(\frac{12}{12} + \frac{6}{12} + \frac{3}{12} - \frac{8}{12}\right) + 2^4 \cdot 5 - 3 : \frac{1}{4}$   
 $= 12 \cdot \frac{13}{12} + 16 \cdot 5 - 3 \cdot 4 = 13 + 80 - 12 = 81$

Γ) Είναι  $\frac{A}{B} = \frac{10}{81}$  και  $\frac{1}{9} = \frac{9}{81}$ . Ισχύει  $\frac{10}{81} > \frac{9}{81}$ , άρα θα είναι  $\frac{A}{B} > \frac{1}{9}$ .

### Θέμα 2<sup>ο</sup>

A) i) Τα  $\frac{2}{5}$  είναι 80 ευρώ, άρα το  $\frac{1}{5}$  είναι 40 ευρώ. Επομένως τα  $\frac{5}{5}$ , πού είναι όλο το ποσό, είναι 200 ευρώ.

ii)  $\frac{7}{20} \cdot 200 = 70$  ευρώ

iii)  $200 - (80 + 70) = 50$  ευρώ

iv) 1<sup>ος</sup> φίλος:  $\frac{2}{5} \cdot 450 = 180$

2<sup>ος</sup> φίλος:  $\frac{7}{20} \cdot 450 = 157,50$  ευρώ

3<sup>ος</sup> φίλος:  $450 - (180 + 157,50) = 112,50$  ευρώ.

B) Αφού τα τρίγωνα είναι ισόπλευρα έχουν όλες τις πλευρές τους ίσες, δηλαδή  $ΑΔ = ΔΓ = ΑΓ$  επίσης  $ΓΕ = ΕΖ = ΓΖ$  και  $ΖΙ = ΙΘ = ΖΘ$  και  $ΘΗ = ΗΚ = ΘΚ$  και  $ΚΛ = ΛΒ = ΚΒ$ .

Το μήκος της τεθλασμένης γραμμής δίνεται από το άθροισμα

$$ΑΔ + ΔΓ + ΓΕ + ΕΖ + ΖΙ + ΙΘ + ΘΗ + ΗΚ + ΚΛ + ΛΒ = ΑΓ + ΑΓ + ΓΖ + ΓΖ + ΖΘ + ΖΘ + ΘΚ + ΘΚ + ΚΒ + ΚΒ = ΑΓ + ΓΖ + ΖΘ + ΘΚ + ΚΒ + ΑΓ + ΓΖ + ΖΘ + ΘΚ + ΚΒ = 13 + 13 = 26 \text{ cm.}$$

### Θέμα 3<sup>ο</sup>

A) i) Το υπόλοιπο  $v$  της διαίρεσης με το 6 μπορεί να είναι:

$$v=0 \text{ ή } v=1 \text{ ή } v=2 \text{ ή } v=3 \text{ ή } v=4 \text{ ή } v=5$$

Το τετραπλάσιο του υπόλοιπου είναι το  $\pi$ :  $\pi=4 \cdot v$  και η Ευκλείδεια διαίρεση μας λέει ότι:

$$x = \pi \cdot 6 + v.$$

Με βάση τα προηγούμενα βλέπουμε ότι:

$v$	0	1	2	3	4	5
$\pi$	0	4	8	12	16	20
$x$	0	25	50	75	100	125

Επομένως, οι φυσικοί αριθμοί είναι οι 0, 25, 50, 75, 100 και 125.

ii) Οι αριθμοί  $151-13=138$  και  $243-13=230$  διαιρούνται ακριβώς με τον αριθμό  $x$ , άρα πρέπει να βρούμε τους κοινούς διαιρέτες του 138 και του 230.

Αναλύοντας σε γινόμενο πρώτων παραγόντων έχουμε:  $138=2 \cdot 3 \cdot 23$  και  $230=2 \cdot 5 \cdot 23$ . Επομένως, οι κοινοί διαιρέτες είναι οι 2, 23 και  $2 \cdot 23=46$ .

Όμως, πρέπει επίσης να ισχύει  $\delta > v$ , δηλαδή εδώ  $x > 13$ . Άρα ο  $x$  είναι 23 ή 46.

B) Στην πρώτη γραμμή των 16 πλακιδίων μπορούμε να μετακινήσουμε το χαλί κατά 9 θέσεις προς τα δεξιά. Το ίδιο μπορούμε να κάνουμε στην 2<sup>η</sup>, 3<sup>η</sup>, ... ως και την 18<sup>η</sup> σειρά. Άρα οι συνολικές λύσεις – θέσεις είναι  $9 \times 18 = 162$ .

#### Θέμα 4<sup>ο</sup>

Παρατηρούμε ότι:

Τα σημεία που έχουν τρία σημαιάκια είναι αυτά που η απόστασή τους από την αρχή είναι κοινό πολλαπλάσιο του 2, του 3 και του 4. Τοποθετούνται δηλαδή στα πολλαπλάσια του ΕΚΠ(2,3,4) δηλαδή στα 12, 24, 36, κ.τ.λ. μέτρα. Άρα το 10<sup>ο</sup> και τελευταίο σημείο με 3 σημαιάκια θα είναι στα 120 μέτρα. Μέχρι τα 132 μέτρα έχουν σταματήσει να βάζουν σημαιάκια. Επομένως έχουμε:

Μέτρα	120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131
Σημαιάκια που τοποθετήθηκαν	3	0	1	1	2	0	2	0	2	1	1	0

Σύμφωνα με τα δεδομένα, στο τέλος έχουμε 0 σημαιάκια και στο προηγούμενο μέτρο 1 σημαιάκι. Το μόνο που ικανοποιεί αυτή τη συνθήκη είναι το 131. Άρα το μονοπάτι ήταν 131 μέτρα.