

Ενδεικτικές λύσεις για τον 3^ο τοπικό διαγωνισμό της Α' Γυμνασίου (2014-14)5

Θέμα 1^ο

A) $A = (5^2 - 4^2) : 9 + (7,75 - 6) \cdot \frac{20}{5} = (25 - 16) : 9 + 1,75 \cdot 4 = 9 : 9 + 7 = 1 + 7 = 8$

$B = 20 \cdot \left(1 - \frac{1}{3} : \frac{4}{3}\right) \cdot \left(1 \frac{1}{3} - 1\right) = 20 \cdot \left(1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3} - 1\right) = 20 \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{1}{3} = 20 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{20}{4} = 5$

B) Η τιμή της παράστασης είναι:

$A^2 + B^2 + A + B + 1 = 8^2 + 5^2 + 8 + 5 + 1 = 64 + 25 + 14 = 103$

Θέμα 2^ο

Η 1^η μαϊμού έφαγε το $\frac{1}{2}$ άρα περίσσεψαν το $\frac{1}{2}$

Η 2^η έφαγε το $\frac{1}{3}$ του $\frac{1}{2}$ άρα περίσσεψαν τα $\frac{2}{3}$ του $\frac{1}{2}$ ήτοι: $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$

Η 3^η έφαγε το $\frac{1}{4}$ του υπολοίπου άρα περίσσεψαν τα $\frac{3}{4}$ του υπολοίπου: $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$

Τελος η 4^η έφαγε το $\frac{1}{5}$ του υπολοίπου άρα απόμεινε τα $\frac{4}{5}$ του υπολοίπου: $\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{5}$ του σωρού απόμεινε.

Αν αρχικά υπήρχαν 2015 φυστίκια τότε απόμειναν $2015 \cdot \frac{1}{5} = 403$ φυστίκια.

Θέμα 3^ο

A) Από το $\frac{1}{5}$ ως το $\frac{1}{2}$ του δοχείου το χουμε γεμίσει κατά

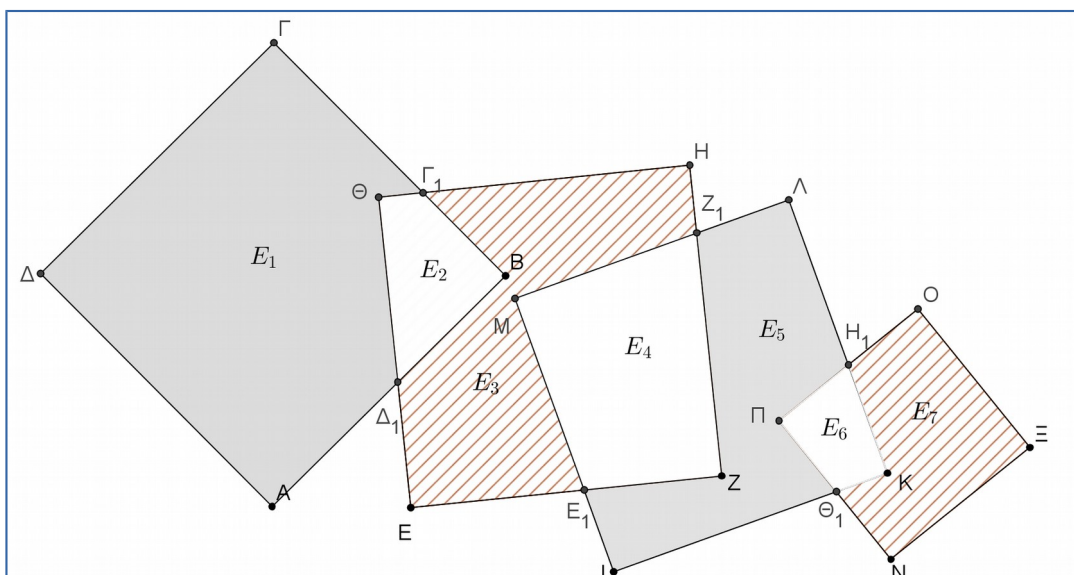
$\frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{3}{10}$ του δοχείου.

Άρα τα $\frac{3}{10}$ αντιστοιχούν σε **6 λίτρα** (να διορθώσουμε το 5 σε 6 για να βγαίνει η άσκηση) οπότε το $\frac{1}{10}$ αντιστοιχεί σε 2 λίτρα άρα τα $\frac{10}{10}$ αντιστοιχούν σε 20 λίτρα. Το δοχείο δηλ. χωράει **20** λίτρα.

B) Το τελευταίο ψηφίο θα ναι το 0 για να ναι ο αριθμός διαιρετός και από το 5 και από το 2. Λείπει ένα ψηφίο το προτελευταίο. Το άθροισμα των ψηφίων είναι: $6+9+8+3+1+6+2+3+0= 38$. Το αμέσως επόμενο πολλαπλάσιο του 9 είναι το 45. Άρα το ψηφίο που μας λείπει είναι το 7 δηλαδή τα δύο τελευταία ψηφία του αριθμού είναι το **70**.

Θέμα 4^ο

A)



Το τετράγωνο ΑΒΓΔ αποτελείται από το γκρι σχήμα ΓΔΑΔ₁ΘΓ₁ και το άσπρο σχήμα. Ομοίως και για τα άλλα τετράγωνα.

Με παρένθεση συμβολίζουμε το εμβαδόν του σχήματος που περιέχεται σ' αυτή.

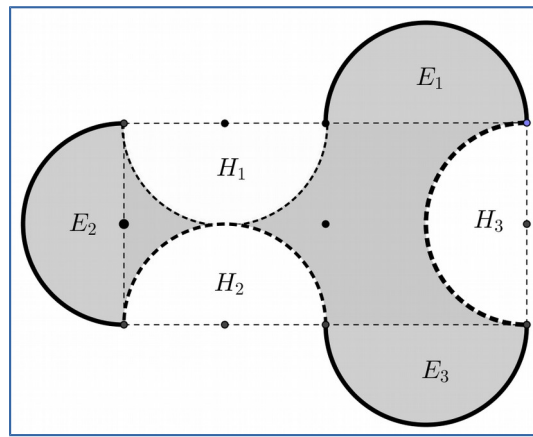
Θα είναι:

$$\begin{aligned} & (ΑΒΓΔ) + (ΜΙΚΛ) - (ΘΕΖΗ) - (ΟΠΝΞ) \\ & = E_1 + E_2 + E_4 + E_5 + E_6 - E_2 - E_3 - E_4 - E_6 - E_7 \\ & = E_1 + E_5 - E_3 - E_7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Άρα } E_1 + E_5 - E_3 - E_7 &= (ΑΒΓΔ) + (ΜΙΚΛ) - (ΘΕΖΗ) - (ΟΠΝΞ) = 11^2 + 7^2 - 9^2 - 5^2 \\ &= 121 + 49 - 81 - 25 = 64 \end{aligned}$$

Η ζητούμενη διαφορά είναι 64.

Β)



Όλα τα ημικύκλια είναι ίσα.

Το ημικύκλιο E_1 το μεταφέρουμε στο H_1 . Αντίστοιχα,

το ημικύκλιο E_2 το μεταφέρουμε στο H_2 και

το ημικύκλιο E_3 το μεταφέρουμε στο H_3 .

Για να βρούμε λοιπόν το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου τμήματος, αρκεί να βρούμε το εμβαδόν του ορθογωνίου παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ.

Είναι $(ΑΒΓΔ) = ΒΓ \cdot ΑΒ = 4 \cdot 2 = 8$ τετραγωνικές μονάδες.