ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗ Δ/ΝΣΗ Π/ΘΜΙΑΣ & Δ/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΚΡΗΤΗΣ
ΓΡΑΦΕΙΟ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΣΥΜΒΟΥΛΩΝ Δ.Ε. Ν. ΗΡΑΚΛΕΙΟΥ

Δημήτριος Ι. Μπουνάκης

Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών

Ταχ. Δ/νση : Μονοφατσίου 8
Ταχ. Κώδικας : 712 01 ΗΡΑΚΛΕΙΟ
Τηλ. υπηρεσίας : 2810333768
Τηλ. Κατοικίας : 2810252140
Κινητό : 6976465429
e-mail : dimitrmp@sch.gr

Πληροφορίες : Μιχάλης Βαβουρανάκης
e-mail : grss@dide.ira.sch.gr
Τηλέφωνο - FAX :2810342206

Ηράκλειο, 26 Οκτωβρίου 2007

Αρ. Πρωτ.: 130

Προς : Τους κ. κ. καθηγητές Μαθηματικών των Γυμνασίων του Ν. Ρεθύμνου και Ν. Ηρακλείου αρμοδιότητάς μου.

Κοιν.: Προϊστάμενο Επιστημονικής & Παιδαγωγικής Καθοδήγησης Δ/θμιας Εκπ/σης Κρήτης.

ΘΕΜΑ : «ΔΙΔΑΚΤΙΚΟ ΥΛΙΚΟ Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ»

Το διδακτικό αυτό υλικό αναφέρεται σε διδακτικές παρατηρήσεις και προτάσεις στο 1ο κεφάλαιο του Α΄ και Β΄ μέρους της Β΄ Γυμνασίου.

1. Κεφάλαιο 1ο (Μέρος Α΄)

Η κατάκτηση από τους μαθητές των δεξιοτήτων λύσης πρωτοβάθμιας εξίσωσης και σχετικών προβλημάτων, θεωρείται από τους κυριότερους στόχους της υποχρεωτικής Μαθηματικής Εκπαίδευσης και πρέπει να τύχη ιδιαίτερης φροντίδας από τον διδάσκοντα. Με την σκέψη αυτή σας στέλνω μερικές επισημάνσεις και προτάσεις μου για την διδασκαλία της ενότητας 1.2 ελπίζοντας ότι θα σας φανούν χρήσιμες.
Στο βιβλίο Εκπαιδευτικού για την ενότητα 1.2 προτείνονται 3 διδακτικές ώρες ως εξής:

- Μια ώρα για την διαδικασία: απαλοιφή παρανομαστών-επιμεριστική ιδιότητα-αναγωγή ομοίων όρων-χωρισμός γνωστών από αγνώστων-διαίρεση με το συντελεστή του αγνώστου.
- Μια ώρα για αδύνατες εξισώσεις και ταυτότητες
- Μια ώρα για επίλυση διαφόρων μορφών ασκήσεων.

Πιστεύω ότι ο προγραμματισμός αυτός δεν θα είναι αποτελεσματικός. Προτείνω τις εξής 4 ωριαίες διδακτικές ενότητες:

1η Διδακτική ενότητα: Ιδιότητες των ρητών σε σχέση με τις πράξεις (προετοιμασία για την λύση εξισώσεων).
2η Διδακτική ενότητα : Λύση εξίσωσης.
3η Διδακτική ενότητα : Εξισώσεις σύνθετες (με παρενθέσεις, παρανομαστές κλπ).
4η (Ισως και 5η) Διδακτική ενότητα : Επανάληψη - λύση ασκήσεων.

Επισήμανση κύριων σημείων στη διδασκαλία της ενότητας 1.2.

Εισαγωγικά

Κατ' αρχή πρέπει να παρατηρήσουμε ότι η ενότητα 1.1 προετοιμάζει εν μέρει την ενότητα 1.2 με την αναφορά της στην σπουδαία ιδιότητα: *την επιμεριστική*. Η ιδιότητα αυτή είναι καλό να αναφερθεί και με την μορφή **α**β – **α**γ = **α**(β - γ) και να επισημανθεί η διπλή δυνατότητα που μας δίνει: *μετατρέπει ορισμένα αθροίσματα σε γινόμενο και αντίστροφα*. Την ιδιότητα πρέπει οι μαθητές να μπορούν να την γράφουν συμβολικά, να την διατυπώνουν λεκτικά και βέβαια να την εφαρμόζουν. Ειδικά εδώ την χρησιμοποιούμε για την πρόσθεση ή αφαίρεση δυο τουλάχιστον *όμοιων όρων* και την απλοποίηση αλγεβρικών παραστάσεων. Λέγοντας «όρο» εννοούμε ασφαλώς προσθετέο και πρέπει να τον αντιδιαστέλουμε από τον «παράγοντα». Η κατανόηση από τον μαθητή των δυο αυτών εννοιών είναι σημαντική για την παραπέρα μάθηση. Επίσης τι σημαίνει «όμοιοι όροι»; εδώ θα αναφέρουμε ότι πρόκειται (απλά) για δυο τουλάχιστον προσθετέους ενός αθροίσματος που έχουν *κοινό παράγοντα* (δεν γίνεται εδώ λόγος για μονώνυμα κλπ).

Α. 1η Διδακτική ενότητα: Ιδιότητες των ρητών σε σχέση με τις πράξεις (προετοιμασία για την λύση εξισώσεων).

<u>Απλό σχέδιο Διδασκαλίας</u>

Στόχοι: Να αναφέρουν τις 4 ιδιότητες (που αναφέρονται στο βιβλίο) και να μπορούν να τις χρησιμοποιούν στην λύση στοιχειωδών εξισώσεων (x + α = β, x - α = β, αx = β, x /α = β κλπ). (Τις εξισώσεις αυτές οι μαθητές ξέρουν να τις λύνουν από την Α΄ τάξη αλλά με εφαρμογή των πράξεων).

Ιδιότητες στην ισότητα (και τις πράξεις) ρητών.

1. Αν α = β τότε α + γ = β + γ.
(και Α = Β τότε Α + Γ = Β + Γ: τα κεφαλαία δηλώνουν παραστάσεις))

Δραστηριότητα 1: 1κύβος = 2 κώνοι, 1κύβος + 1 μπάλα = 2 κώνοι + 1 μπάλα…

Εφαρμογή:
x - 7 = 8 (πρώτο μέλος : x -7, δεύτερο μέλος: 8)

x **- 7** = 8 ή x -7 + 7 = 8 + 7 ή x = 8 **+ 7**
(πρώτη επισήμανση της συνέπειας της μεταφοράς όρου από το ένα μέλος στο άλλο)

2. Αν $\alpha = \beta$ τότε $\alpha - \gamma = \beta - \gamma$.

Δραστηριότητα : 3 κύβοι = 6 κώνοι,….
Εφαρμογή: x + 8 = 2 : x **+ 8** = 2 ή x + 8 - 8 = 2 - 8 ή x = 2 **- 8**
(δεύτερη επισήμανση της μεταφοράς όρου από το ένα μέλος στο άλλο)

3. Αν $\alpha = \beta$ τότε $\alpha\gamma = \beta\gamma$.

Δραστηριότητα 2: 1κύβος=2 κώνοι,…4 κύβοι = 8 κώνοι , άρα…
Εφαρμογή: $\frac{x}{3} = -2$, $\frac{x}{3} = \frac{2}{9}$ κλπ

4. Αν $\alpha = \beta$ τότε $\frac{\alpha}{\gamma} = \frac{\beta}{\gamma}$ ($\gamma \neq 0$).

Εφαρμογή: 3x =-9, -2x =5, 4 x =-12, $\frac{12}{x} = 2$, $\frac{3x}{4} = \frac{6}{2}$ κλπ

Ανακεφαλαίωση
Λεκτική διατύπωση των ιδιοτήτων και επισήμανση του ότι: κατά την μεταφορά ενός όρου –προσθετέου (όχι παράγοντα) από το ένα μέλος της εξίσωσης στο άλλο αλλάζει το πρόσημό του. Η μεταφορά παράγοντα στο άλλο μέλος γίνεται ως διαιρέτη και όχι προσθετέου.

Τεστ

1. Αν 4 - x = 2 τότε Α. x + 2 = 4 Β. x = 2 - 4 Γ. x + 4 = 2

2. Αν 6κ = 12 τότε Α. κ = 12 – 6 Β. $\kappa = \frac{6}{12}$ Γ. κ = 2

3. Αν 2007 = 3ω τότε Α. $\omega = \frac{3}{2007}$ Β. ω = 2007-3 Γ. $\frac{2007}{3}$ Δ. $\omega = 3 \cdot 2007$

4. Αν 0x = 1 τότε Α. $x = \frac{1}{0}$ Β. $\frac{0}{1}$ Γ. x =1 - 0 Δ. δεν υπάρχει x.

5. Αν $\frac{5}{x} = \frac{2}{3}$ τότε Α. $x = \frac{2}{15}$ Β.15 - 2 Γ. x = 7,5 Δ. x = 2-15.

6. Αν η εξίσωση αx = 0 έχει έχει μια μόνο λύση ως προς x, τότε

Α.α = 0 Β. $\alpha \neq 0$ Γ. α =1

7. Αν 2κ -2λ = 4μ τότε

Α. λ = 2μ - κ Β. λ = κ - 2μ Γ. λ = 2κ - 2μ Δ. λ = 2μ + κ

Β. ΣΧΕΔΙΟ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

2η Διδακτική ενότητα: Λύση εξίσωσης α΄ βαθμού.

Ι. Διδακτικοί στόχοι - Ταξινόμηση σε είδη μάθησης.
Να αποκτήσουν οι μαθητές την ικανότητα να λύνουν απλές εξισώσεις α΄ βαθμού. («Νοητικές δεξιότητες»)
ΙΙ. Μορφή διδασκαλίας: Καθοδηγούμενη αυτενέργεια - ερωτηματικός διάλογος.
ΙΙΙ. Διδακτική Μέθοδος : Επαγωγική.
IV. Εποπτικά μέσα: Πίνακας, χρ. κιμωλίες.

IV. Διδακτικές ενέργειες

1. *Δημιουργία κινήτρων μάθησης- Ανάκληση προηγουμένων γνώσεων.*

α. Έλεγχος προηγουμένων γνώσεων (ιδιότητες, λύση απλών εξισώσεων).
β. Έχετε μάθει να λύνετε πιο σύνθετες εξισώσεις, όπως π.χ. την $3x + 200 = x + 600$.
γ. Ποιοι λέγονται όμοιοι όροι;

2. *Πληροφόρηση*

Σήμερα θα μάθετε να λύνετε πιο πολύπλοκες εξισώσεις. Οι εξισώσεις είναι η «μετάφραση» ενός προβλήματος από την ελληνική στην μαθηματική γλώσσα και η λύση τους μας δίνει συνήθως και την λύση του προβλήματος. Προβλήματα που λύνονται με εξισώσεις θα δούμε παρακάτω.

4.*Κατεύθυνση προσοχής μαθητών-παροχή οδηγιών για νέα μάθηση.*

- Θα προτιμούσατε την εξίσωση
  $3x + 200 = x + 600$ ή την $x=200$; (άγνωστος στο πρώτο μέλος, γνωστός στο δεύτερο)

Δραστηριότητα 3 (βιβλίου μαθητή):
- αριστερός δίσκος : x βάρος ενός κύβου και 2 βαρίδια των 100 γρ.,

- δεξιός δίσκος : ένας κύβος και 6 βαρίδια των 100 γρ., η ζυγαριά ισορροπεί,….

$3x + 200 = x + 600$ (*εξίσωση προβλήματος*)

Α. Αφαιρούμε 2 βαρίδια από κάθε δίσκο:

$3x + 200 \mathbf{- 200} = x + 600 \mathbf{- 200}$ ή (*πράξεις*) $3x = x + 400$

(με μετακίνηση όρων πάμε τους άγνωστους, συνήθως, στο πρώτο μέλος και τους γνωστούς στο δεύτερο (ή αντίστροφα)

Β. Αφαιρούμε ένα κύβο από κάθε δίσκο :

$3x \mathbf{- x} = x \mathbf{- x} + 400$ ή $2x = 400$ (*αναγωγή ομοίων όρων στο α΄ μέλος*)

Γ. Αφαιρούμε από κάθε δίσκο το μισό του βάρος του : $\frac{2x}{2} = \frac{400}{2}$ ή x = 200γρ.

(*διαίρεση και των δυο μελών με το 2: συντελεστής του αγνώστου x*)

Δ. Επαλήθευση…

- ✓ Συμπέρασμα - διατύπωση με λόγια των φάσεων της λύσης εξίσωσης.
- ✓ Στόχος σε κάθε εξίσωση: να «απομονώσουμε» τον άγνωστο, συνήθως στο πρώτο μέλος της εξίσωσης.

5. *Εκτέλεση ενεργειών μαθητών – επανατροφοδότηση – εκτίμηση.*

- Να λύσετε την εξίσωση : $5x + 3 = 2x – 12$.
- Εξετάσετε αν ο -3 είναι λύση της εξίσωσης $2λ – 1 = λ + 10$.
- Να βρείτε τον αριθμό y ώστε $3y + 1 = 3y – 8$ (αδύνατη).
- Να λύσετε την εξίσωση $2t - 3 = 1 + 2t - 4$ (όχι αόριστη…)

6. *Ενίσχυση της συγκράτησης των νέων στοιχείων - Μεταφορά μάθησης.*

- Να λύσετε την εξίσωση $7x - α = 7α + 2x$.
  (αν α άγνωστος και x γνωστός ή αντίστροφα)

- Το τετραπλάσιο ενός αριθμού ελαττωμένο κατά 4,8 είναι ίσο με 10. Ποιος είναι ο αριθμός αυτός;
- Να βρείτε τον (ρητό) αριθμό κ ώστε το κλάσμα $\frac{3κ+4}{6κ-9}$ να είναι ίσο με 1
- Ανακεφαλαίωση (περιγραφή βημάτων).

7. *Εργασία στο σπίτι* : Ασκήσεις κατανόησης, Ασκήσεις 1, 2.

Γ. Στην ενότητα 1.4.

Ορισμένα τουλάχιστον προβλήματα καλό είναι να λύνονται και με την πρακτική Αριθμητική, όπως προτείνει και το βιβλίο. Να λυθούν και μερικά προβλήματα Φυσικής και οπωσδήποτε όλα τα προβλήματα της σελίδας 30.

Δ. Στην ενότητα 1.5.

Επισημαίνομε εδώ ότι συνέπεια της ιδιότητας: «αν $α < β$ τότε $α + γ < β + γ$», είναι να έχουμε και εδώ, όπως στις εξισώσεις, την αλλαγή προσήμου κατά την μεταφορά όρου από το ένα μέλος της ανίσωσης στο άλλο.
Τις λύσεις μερικών ανισώσεων καλό είναι να τις αναζητούμε, εκτός από το σύνολο των ρητών και στο σύνολο των ακεραίων ή φυσικών αριθμών σημειώνοντας τις και γραφικά.
Στην επανάληψη του πολύ σπουδαίου αυτού κεφαλαίου καλό θα ήταν να δοθούν από τον διδάσκοντα σε φωτοτυπία μερικές ακόμη ασκήσεις και προβλήματα.

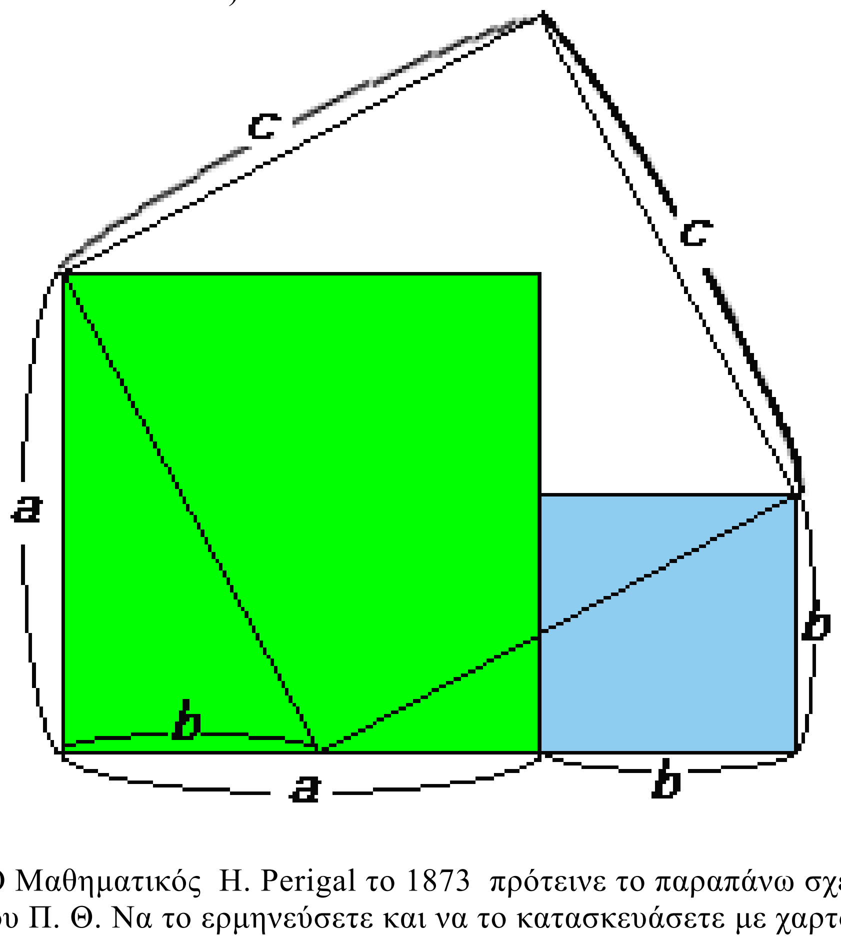
2. Κεφάλαιο 1ο (Μέρος Β΄)

Οι οδηγίες του Π. Ι. προτείνουν (μόνο) για φέτος 3 διδακτικές ώρες για τις ενότητες 1.1, 1.2, 1.3 συνολικά. Ουσιαστικά δηλαδή να γίνει μια επανάληψη της θεωρίας, αλλά πρέπει να λυθούν και ασκήσεις. Έτσι ίσως να χρειαστούν ακόμη 1-2 ώρες ανάλογα με το επίπεδο της τάξης δεδομένου ότι τα εμβαδά είναι, όπως και οι εξισώσεις, θέματα πρώτης προτεραιότητας για το Γυμνάσιο.

Σχετικά με την ενότητα 1.4 (Πυθαγόρειο θεώρημα)

Α. Μια άλλη (εισαγωγική) δραστηριότητα για το Πυθαγόρειο Θεώρημα:
- ✓ Σχεδιάστε ένα ορθογώνιο τρίγωνο με κάθετες πλευρές 3cm και 4 cm.
- ✓ Μετρήσετε την υποτείνουσά του.
- ✓ Σχεδιάστε τα τετράγωνα με πλευρές τις πλευρές του τριγώνου.
- ✓ Αν τα τετράγωνα που σχηματίζονται με πλευρές τις πλευρές του τριγώνου ήταν από χρυσάφι, θα προτιμούσατε το τετράγωνο της υποτείνουσας ή τα άλλα δυο μαζί τετράγωνα;

Β. Η διδασκαλία θα μπορούσε να γίνει με βάση το «φύλλο εργασίας» της σελίδας 69 (βιβλίο εκπαιδευτικού).



Εργασία : Ο Μαθηματικός H. Perigal το 1873 πρότεινε το παραπάνω σχέδιο για την απόδειξη του Π. Θ. Να το ερμηνεύσετε και να το κατασκευάσετε με χαρτόνι (2 ορθογώνια τρίγωνα και 1 πεντάγωνο).-

Δημήτριος Ι. Μπουνάκης

Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών

Υ.Γ. Ένα αντίγραφο να μείνει στο φάκελο «Διδακτικής Μαθηματικών».