

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: Χανιά 23-5-2005

ΤΑΞΗ Α
ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ
ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ
ΘΕΜΑ 1^{ον}

A. Αν χ_1, χ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$ ($\alpha \neq 0$). Να αποδείξετε ότι

$$P = \chi_1 \chi_2 = \frac{\gamma}{\alpha} \quad (12 \text{ μονάδες}).$$

B. Να σημειώσετε ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος

1. Αν $\alpha \geq 0$ τότε ισχύει: $\sqrt[m]{\sqrt[n]{\alpha}} = \sqrt[m+n]{\alpha}$ με $m, n \in \mathbb{N}$ * (3 μονάδες).

2.. $\sqrt{\alpha^2} = |\alpha|$ για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$ (3 μονάδες).

3. $|\chi| = \alpha \Leftrightarrow \chi = \alpha$ ή $\chi = -\alpha$ για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$ (3 μονάδες).

Γ. Δίνεται η εξίσωση $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$ ($\alpha \neq 0$) με $\alpha\gamma < 0$ τότε να σημειώσετε ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή.

1. Η εξίσωση έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.

2. Η εξίσωση έχει μία ρίζα δυπλή πραγματική.

3. Η εξίσωση δεν έχει ρίζες πραγματικές. (4 μονάδες)

ΘΕΜΑ 2^{ον}

Δίνεται η εξίσωση $(\lambda-2)\chi^2 - (\lambda+3)\chi + \lambda^2 + 1 = 0$ (λ παράμετρος)

1. Να βρείτε για ποια τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ η παραπάνω εξίσωση είναι δευτέρου βαθμού. (5 μονάδες).

2. Να βρείτε για ποια τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ η παραπάνω εξίσωση έχει ρίζα το $\chi = 1$. (10 μονάδες).

3. Για την τιμή του λ που βρήκατε στο προηγούμενο ερώτημα να βρείτε την άλλη ρίζα. (10 μονάδες).

ΘΕΜΑ 3^{ον}

Δίνεται το σύστημα : $\lambda\chi + 9\psi = 6$

$$\chi + \lambda\psi = \lambda - 1 \quad \lambda \in \mathbb{R}.$$

1. Να αποδείξετε ότι για $\lambda \neq 3$ και $\lambda \neq -3$ το σύστημα έχει μοναδική λύση. (9 μονάδες).

2. Να λύσετε το σύστημα όταν $\lambda = 3$. (8 μονάδες).

3. Να λύσετε το σύστημα όταν $\lambda = -3$. (8 μονάδες).

ΘΕΜΑ 4^{ον}

Δίδεται η συνάρτηση με τύπο $f(\chi) = \frac{2\chi^2 - 6\chi + 4}{\chi^2 - 5\chi + 6}$

1. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της και να απλοποιηθεί ο τύπος της. (8 μονάδες).

2. Να λυθεί η εξίσωση $|f(\chi)| = 1$ (8 μονάδες).

3. Να λυθεί η ανίσωση $f(\chi) \leq \frac{1}{x-1}$ (9 μονάδες)

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

ΟΙ ΕΞΕΤΑΣΤΕΣ