

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ ΙΟΥΝΙΟΥ ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ Α (Μονάδες 5-10-10)

A1. Τι ονομάζουμε ν-οστή ρίζα, ενός μη αρνητικού αριθμού a

A2. Δίνεται η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$ με $\alpha \neq 0$ (1)

$$\text{Αν η (1) έχει πραγματικές ρίζες, τις } x_1, x_2, \text{ να αποδείξετε ότι } x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha}$$

A3. Να χαρακτηριστεί ως Σωστή ή Λάθος (Σ-Λ) κάθε μία από τις ακόλουθες προτάσεις:

1. Για κάθε πραγματικό αριθμό a και κάθε φυσικό αριθμό n ισχύει $(\sqrt[n]{a})^n = a$

2. Για κάθε πραγματικό αριθμό a ισχύει $|a| \geq -a$

3. Η εξίσωση $x^n = a$ με $a > 0$ και n περιττό έχει μία λύση την $x = \sqrt[n]{a}$

4. Αν η διακρίνουσα Δ του τριωνύμου $\alpha x^2 + \beta x + \gamma$, $\alpha \neq 0$ είναι μηδέν, τότε

$$\text{το τριώνυμο παίρνει τη μορφή: } \alpha x^2 + \beta x + \gamma = \alpha \left(x + \frac{\beta}{2\alpha} \right)^2$$

5. Για όλους τους πραγματικούς αριθμούς ισχύει $|\alpha + \beta| = |\alpha| + |\beta|$

ΘΕΜΑ Β(Μονάδες 13- 12)

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 3x + |k+2|$.

B1. Να βρεθούν οι τιμές του $k \in \mathbb{R}$ ώστε η γραφική παράσταση της συνάρτησης να διέρχεται από το σημείο A(-1,4).

B2. Για $k = 5$, να βρεθούν τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες.

ΘΕΜΑ Γ(Μονάδες 13-12)

Δίνεται συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \frac{\sqrt{-x^2 + 3x + 4}}{x-1}$.

G1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της.

G2. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = \sqrt{(f(2)-3)^2} + \sqrt{(f(2)+3)^2}$

ΘΕΜΑ Δ (Μονάδες 14-11)

Δίνεται η $x^2 - 4x + 2|\lambda - 3| = 0$ (1).

Δ1. Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η (1) να έχει 1) Δύο ρίζες άνισες 2) Να είναι αδύνατη

Δ2. Για $\lambda=2$ να βρείτε την τιμή της παράστασης $A = (-5+S)^{2011} + (3-2P)^{2012}$

όπου S, P το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών της (1) αντίστοιχα.