

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2010

Θέμα 1^ο

(Μονάδες 9+10+6)

A. Έστω x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$ με $a \neq 0$. Να αποδείξετε ότι:

$$x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha} \quad \text{και} \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha}.$$

B. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις γράφοντας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

(α) Η εξίσωση $ax = \beta$, με άγνωστο το x , έχει μοναδική λύση όταν $a \neq 0$.

(β) Αν $\alpha < \beta$ και $\gamma < \delta$ τότε $\alpha\gamma < \beta\delta$.

(γ) Η απόσταση των σημείων $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ είναι

$$(AB) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}.$$

(δ) Αν η συνάρτηση f είναι περιττή και έχει πεδίο ορισμού A τότε για κάθε $x \in A$ ισχύει $f(-x) = f(x)$.

(ε) Αν $\alpha > 0$ και n άρτιος τότε $x^n = \alpha \Leftrightarrow x = \sqrt[n]{\alpha}$.

Γ. Έστω $\alpha, \beta \geq 0$ και μ, ν, ρ θετικοί ακέραιοι. Να συμπληρώσετε τις ισότητες:

$$\sqrt[\nu]{\alpha^\nu \beta} = \dots\dots$$

$$\sqrt[\mu]{\sqrt[\nu]{\alpha}} = \dots\dots$$

$$\sqrt[\nu\rho]{\alpha^{\mu\rho}} = \dots\dots$$

Θέμα 2^ο

(Μονάδες 8+9+8)

Δίνονται οι παραστάσεις $A = |3x - 2|$ και $B = 1 + |4 - x|$.

(α) Να λύσετε την εξίσωση $A = 1$.

(β) Να λύσετε την ανίσωση $B \leq 4$.

(γ) Να βρείτε τα $x \in \mathbb{R}$ για τα οποία ισχύει $(A + 1)(B - 3) = 0$.

Θέμα 3^ο

(Μονάδες 7+6+12)

Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - 4x + \mu = 0$ η οποία έχει δύο πραγματικές και άνισες ρίζες x_1, x_2 .

(α) Να αποδείξετε ότι $\mu < 2$.

(β) Αν $x_1 \cdot x_2 = -3$ να βρείτε την τιμή του μ .

(γ) Να λύσετε την εξίσωση για $\mu = -6$ και να βρείτε μια εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες $2x_1, 2x_2$.

Θέμα 4^ο

(Μονάδες 6+7+6+6)

Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 : y = (\lambda^2 - 3)x + 1$ και $\varepsilon_2 : y = x - 3$.

A. (α) Να βρείτε την τιμή του λ ώστε οι ευθείες ε_1 και ε_2 να είναι παράλληλες.

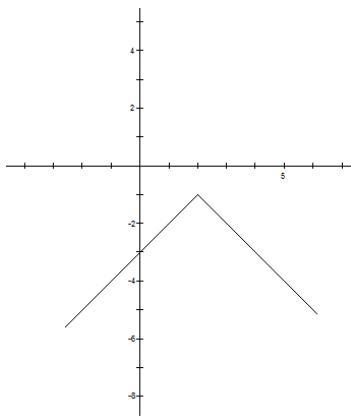
(β) Να βρείτε την τιμή του λ ώστε η ευθεία ε_1 να διέρχεται από το σημείο $A(1, \lambda)$.

B. Έστω ότι $\lambda = \sqrt{2}$.

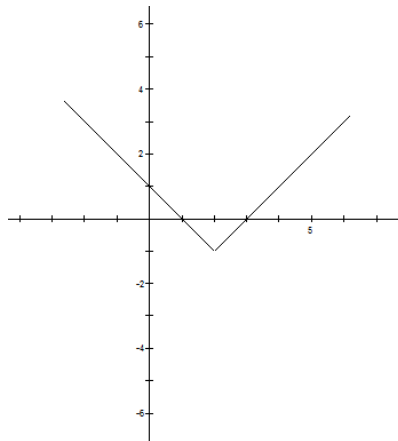
(α) Να βρείτε το σημείο τομής των ευθειών ε_1 και ε_2 .

(β) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} (\lambda^2 - 3)x + 1, & \text{αν } x < 2 \\ x - 3, & \text{αν } x \geq 2 \end{cases}$. Να εξετάσετε ποιο από τα

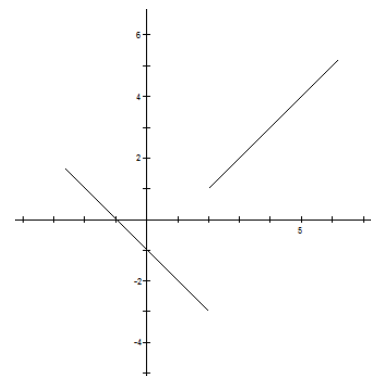
παρακάτω σχήματα μπορεί να είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



Σχήμα 1



Σχήμα 2



Σχήμα 3

Κ Α Λ Η Ε Π Ι Τ Υ Χ Ι Α