ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

ΘΕΜΑ Α **(Μονάδες 10 + 5 + 10 = 25)**

Α1. Να αποδείξετε την ιδιότητα $|\alpha+\beta| \leq |\alpha|+|\beta|$, **όπου** $\alpha,\beta \in \mathbb{R}$.

Α2. Πότε μία συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ;

Α3. Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).

1. **Για κάθε** $\alpha \in \mathbb{R}$ **ισχύει** $\sqrt{\alpha^2} = \alpha$.
2. **Αν** $\alpha \neq 0$ **ή** $\beta \neq 0$ **η εξίσωση** $\alpha x + \beta = 0$ **δεν είναι ταυτότητα.**
3. **Αν** $\Delta < 0$ **και** $\alpha < 0$, **τότε** $\alpha x^2 + \beta x + \gamma < 0$ **για κάθε** $x \in \mathbb{R}$.
4. **Η γραφική παράσταση της συνάρτησης** $f(x) = |x|$ **αποτελείται από δύο ημιευθείες.**
5. **Κάθε άρτια συνάρτηση έχει άξονα συμμετρίας τον** $y'y$.

ΘΕΜΑ Β **(Μονάδες 10 + 7 + 8 = 25)**

Δίνονται οι παραστάσεις $A = \sqrt{\sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{2}}}$ **και** $B = \dfrac{3\sqrt{3} - 2\sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$.

Β1. Να αποδείξετε ότι $A = \sqrt[3]{2}$ **και** $B = 5 + \sqrt{6}$.

Β2. Να λύσετε την εξίσωση $|x + A^3| = B - \sqrt{6}$.

Β3. Να λύσετε την ανίσωση $|x - A| < \sqrt[3]{2}$.

ΘΕΜΑ Γ **(Μονάδες 8 + 7 + 10 = 25)**

Δίνεται η ευθεία $y = (\lambda^2 - 4)x + 3$, **όπου** $\lambda \in \mathbb{R}$.

Γ1. Να βρείτε για ποιες τιμές του λ **η ευθεία σχηματίζει οξεία γωνία με τον άξονα** $x'x$.

Γ2. Να βρείτε για ποιες τιμές του λ **η ευθεία διέρχεται από το σημείο** $A(1,8)$.

Γ3. Για $\lambda = \sqrt{5}$ **:**

α) Να βρείτε τα σημεία τομής της ευθείας με τους άξονες $x'x$ **και** $y'y$.

β) Να βρείτε το σημείο της ευθείας με τεταγμένη 6.

ΘΕΜΑ Δ **(Μονάδες 6 + 7 + 7 + 5 = 25)**

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = 2x^2 - 6x - 19$ **και** $g(x) = 3x - x^2$.

Δ1. Να λύσετε την εξίσωση $g(x) = 0$ **και να κάνετε τον πίνακα προσήμων της g.**

Δ2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $h(x) = \sqrt{f(x) - 1}$.

Δ3. Αν $x \in (0,3)$ **να λύσετε την ανίσωση** $|f(x) - 1| + |g(x)| + |3x^2 + 1| > 30$.

Δ4. Να αποδείξετε ότι $g(\sqrt{2})(\sqrt{18} + 2) - 14 = 0$.