

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

1^ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ

ΔΕΥΤΕΡΑ 30 ΜΑΙΟΥ 2011

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ : ΔΥΟ (2)

Θέμα Α (Μονάδες 25)

A1. Να αποδείξετε ότι για κάθε μη αρνητικούς αριθμούς α, β ισχύει: $\sqrt[n]{\alpha} \cdot \sqrt[n]{\beta} = \sqrt[n]{\alpha \cdot \beta}$, όπου n θετικός ακέραιος αριθμός. **Μονάδες 10**

A2. Να απαντήσετε στις ακόλουθες προτάσεις με Σ ή Λ αν κάθε πρόταση είναι σωστή ή λάθος αντίστοιχα, χωρίς αιτιολόγηση.

α) Για κάθε μη αρνητικό αριθμό α και μ, n θετικούς ακέραιους ισχύει: $\sqrt[n]{\sqrt[\mu]{\alpha}} = \sqrt[n \cdot \mu]{\alpha}$

β) $8^{\frac{2}{3}} = 4$

γ) Η εξίσωση $x^2 = 1$ έχει μοναδική λύση την $x = 1$.

δ) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x - 2$, τέμνει τους άξονες συντεταγμένων στα σημεία $(2, 0)$ και $(0, 2)$

ε) Μια συνάρτηση f λέγεται **γνησίως φθίνουσα** σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ ισχύει $f(x_1) < f(x_2)$

Μονάδες 3 * 5 = 15

Θέμα Β (Μονάδες 25)

Δίνεται το τριώνυμο $-2x^2 + 3x + 2$

B1. Συμπληρώστε κατάλληλα τα παρακάτω κενά έτσι ώστε οι προτάσεις να έχουν νόημα.

Οι συντελεστές του τριωνύμου είναι $\alpha = \dots$ $\beta = \dots$ και $\gamma = \dots$, η διακρίνουσα του τριωνύμου είναι

$\Delta = \dots$ και οι λύσεις του τριωνύμου είναι $x_1 = \dots$ και $x_2 = \dots$ όπου $x_1 < x_2$

(γράψτε στην κόλλα σας μόνο τα αποτελέσματα, χωρίς δικαιολόγηση)

Μονάδες 6

B2. Συμπληρώστε τα κενά ώστε το τριώνυμο να παραγοντοποιηθεί: $-2x^2 + 3x + 2 = \dots(x \dots)(x \dots)$

Μονάδες 6

B3. Συμπληρώστε κατάλληλα πρόσημα και κενά, στον παρακάτω πίνακα προσήμων του τριωνύμου

x	$-\infty$	$x_1 = \dots$	$x_2 = \dots$	$+\infty$
$-2x^2 + 3x + 2$	○	○

Μονάδες 7

B4. Να βρείτε το πρόσημο της παράστασης $-2 \cdot 2011^2 + 3 \cdot 2011 + 2$ χωρίς να γίνουν οι πράξεις και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

Μονάδες 6

Θέμα Γ (Μονάδες 25)

Δίνονται οι πραγματικοί αριθμοί α, β τέτοιοι ώστε $|\alpha| \leq 2$ και $|\beta| \leq 3$ και η παράσταση A όπου

$$A = 2 \cdot \sqrt{\alpha^2 + 6\alpha + 9} + |3\beta - 10| - 2027$$

Γ1. Να δείξετε ότι $|2\alpha - 3\beta| \leq 13$

Μονάδες 9

Γ2. Γράψτε την παράσταση A χωρίς ριζικά και απόλυτες τιμές

Μονάδες 9

Γ3. Βρείτε τα όρια μεταξύ των οποίων περιέχεται η τιμή της παράστασης A

Μονάδες 7

Θέμα Δ (Μονάδες 25)

Έστω η συνάρτηση $f(x) = (|x| + \sqrt{x+1})(|x| - \sqrt{x+1})$

Δ1. Βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης και αποδείξτε ότι: $f(x) = x^2 - x - 1$

Μονάδες 5

Δ2. Να δείξετε ότι η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει δύο ρίζες ετερόσημες τις οποίες και να υπολογίσετε.

Μονάδες 6

Δ3. Να λυθεί η εξίσωση $f(x^2) = 11$, όπου x ανήκει στο πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .

Μονάδες 6

Δ4. Αν x_1, x_2 οι λύσεις της εξίσωσης του ερωτήματος Δ2, να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων

i. $A = (2\sqrt{2} + \sqrt{2}x_1)^{2012} \cdot (2\sqrt{2} + \sqrt{2}x_2)^{2012}$

Μονάδες 4

ii. $\frac{1}{\sqrt[4024]{A} - 3} + \frac{1}{\sqrt[4024]{A} + 3}$

Μονάδες 4

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζομένους)

1. Γράψτε το ονοματεπώνυμό σας στο επάνω μέρος των φωτοαντιγράφων τα οποία θα παραδώσετε μαζί με το γραπτό στο τέλος της εξέτασης.
2. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνο με μπλε ή μαύρο στυλό.
3. Τα σχήματα και οι γραφικές παραστάσεις μπορούν να γίνουν και με μολύβι.
4. Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα.
5. Διάρκεια εξέτασης : Δυο (2) ώρες.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης : Μισή ώρα από την έναρξη.

Καλή επιτυχία και καλό καλοκαίρι!!

Ο Διευθυντής

Οι εισηγητές