

**ΤΑΞΗ Α'**  
**ΑΛΓΕΒΡΑ**

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>:**

**A. i.** Δίνεται η εξίσωση  $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$  με  $\alpha \neq 0$ . Αν  $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma > 0$ , να αναφέρετε πόσες και ποιες ρίζες έχει η εξίσωση

(5 μονάδες)

**ii.** Αν  $\alpha, \beta \geq 0$  να αποδείξετε ότι

$$\sqrt[3]{\alpha} \cdot \sqrt[3]{\beta} = \sqrt[3]{\alpha \cdot \beta}$$

(10 μονάδες)

**B.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη, χωρίς να δικαιολογείτε την απάντησή σας.

**1.** Αν  $\alpha \neq 0$ , τότε η εξίσωση  $\alpha x + \beta = 0$  έχει μοναδική λύση την  $x = -\frac{\beta}{\alpha}$ .

(2 μονάδες)

**2.** Για όλους τους πραγματικούς αριθμούς  $\alpha, \beta$  και ν φυσικό διαφορετικό του μηδενός ισχύει:

$$\alpha = \beta \Leftrightarrow \alpha^\nu = \beta^\nu$$

(2 μονάδες)

**3.** Για όλους τους πραγματικούς αριθμούς  $\alpha, \beta$  ισχύει ότι:  $|\alpha + \beta| = |\alpha| + |\beta|$ .

(2 μονάδες)

**4.** Αν η διακρίνουσα του τριωνύμου  $f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$  με  $\alpha \neq 0$ , είναι ίση με το μηδέν, τότε:

$$f(x) = \alpha \left( x + \frac{\beta}{2\alpha} \right)^2$$

(2 μονάδες)

**5.** Για κάθε πραγματικό αριθμό  $a$ , ισχύει ότι:  $|a| = a$ .

(2 μονάδες)

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>:**

Δίνεται η εξίσωση:

$$|x-6| - \frac{|2x-12|+1}{3} = \frac{|18-3x|-3}{4} \quad (1)$$

**a.** Να λύσετε την εξίσωση (1).

(15 μονάδες)

**β.** Αν

$$A = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$$

να δείξετε ότι ο  $A$  είναι ρίζα της εξίσωσης (1).

(10 μονάδες)

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>:**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x^2 - \alpha}{x - 2}$ , όπου  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

a) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$ .

(5 μονάδες)

b) Αν

$$6 \cdot f\left(\frac{1}{2}\right) - 19 = 0$$

να βρείτε τον αριθμό  $\alpha$ .

(8 μονάδες)

c) Αν  $\alpha = 5$ , να βρείτε για ποιες τιμές του  $x$  ισχύει:

$$f(x) \geq 4$$

(12 μονάδες)

**ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>:**

Δίνεται η εξίσωση:

$$x^2 - (\lambda + 1)x + \lambda - 1 = 0, \quad \lambda \in \mathbb{R} \quad (1).$$

a. Να αποδείξετε ότι για κάθε τιμή του πραγματικού αριθμού  $\lambda$  η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες άνισες.

(13 μονάδες)

b. Αν  $x_1, x_2$  είναι οι ρίζες της εξίσωσης (1) να βρείτε την τιμή του  $\lambda$  ώστε να ισχύει:

$$x_1 \left( 1 - \frac{6x_2}{7} \right) + x_2 - \frac{6}{7} = 288$$

(12 μονάδες)

26-5-09,

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**