

ΘΕΜΑ 1°

Α. Δίδεται η εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$ με $a \neq 0$ και $\Delta > 0$. Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης να συμπληρωθούν οι ισότητες : (10 μον)

$x_1 = \dots\dots\dots$

$x_2 = \dots\dots\dots$

$x_1 + x_2 = \dots\dots\dots$

$x_1 \cdot x_2 = \dots\dots\dots$

Β. Στις παρακάτω ερωτήσεις να κυκλώσετε μια μόνο απάντηση :

i) Η παράσταση $A = \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$ είναι ίση με : (5 μον)

α. $\frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$

β. $\frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{2}$

γ. $\frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2}$

δ. $\frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$

ii) Δίνεται η ανίσωση $|x| \geq 3$. Το σύνολο λύσεων της ανίσωσης είναι το διάστημα : (5 μον)

α. $(-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$

β. $(-3, 3)$

γ. $(-\infty, -3] \cup [3, +\infty)$

δ. $[-3, 3]$

iii) Δίνεται η παραμετρική εξίσωση $(\lambda - 1)x = \lambda^2 - 1$. Για ποια τιμή της παραμέτρου λ είναι αόριστη ; (5 μον)

α. $\lambda = 1$

β. $\lambda = -1$

γ. $\lambda = \pm 1$

δ. $\lambda = 0$

ΘΕΜΑ 2°

Δίδεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 4}$.

α) Να λυθεί η εξίσωση $x^2 - 5x + 4 = 0$. (7 μον)

β) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f. (8 μον)

γ) Να υπολογιστούν τα f(0) και f(-1). (6 μον)

δ) Να βρεθεί το σημείο στο οποίο η γραφική παράσταση της συνάρτησης f τέμνει τον άξονα y'y. (4 μον)

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 2x - |\lambda| - 4 = 0$.

- i) Να δείξετε ότι η εξίσωση έχει δύο ρίζες άνισες για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$. (10 μον)
- ii) Να δείξετε ότι το άθροισμα των ριζών της παραπάνω εξίσωσης είναι σταθερό και ανεξάρτητο του λ . (7 μον)
- iii) Για ποιες τιμές του λ το γινόμενο των ριζών της παραπάνω εξίσωσης ισούται με -10 ; (8 μον)

ΘΕΜΑ 4^ο

i) Αν $0 < x < 2$, να απλοποιηθεί η παράσταση (και να αιτιολογηθεί):

$$A = \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{x - 2} + \frac{|x|}{x} + \frac{|-x|}{x} \quad (8 \text{ μον})$$

ii) Αν $x < y < 2$ να δείξετε ότι: $xy + 4 > 2x + 2y$ (9 μον)

iii) Να δείξετε ότι $x^2 + \frac{1}{x^2} \geq 2$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$. (8 μον)