ΜΑΘΗΜΑ: Γεωμετρία

Δ/ΝΣΗ Δ/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΡΟΔΟΠΗΣ
1ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΚΟΜΟΤΗΝΗΣ

ΤΑΞΗ : Α
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ :11/06/2012

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

ΘΕΜΑ Α

Α1. Να αποδείξετε την πρόταση: αν σε ορθογώνιο τρίγωνο μια γωνία του ισούται με 30^o, τότε η απέναντι πλευρά του είναι το μισό της υποτείνουσας.

(Μονάδες 10)

Α2. Να γράψετε τον ορισμό του ρόμβου.

(Μονάδες 5)

Α3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν με τη λέξη Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ).

α) Η μεσοκάθετος ενός ευθυγράμμου τμήματος είναι ο γεωμετρικός τόπος των σημείων του επιπέδου που ισαπέχουν από τα άκρα του τμήματος.

β) Δύο χορδές κύκλου είναι ίσες αν και μόνο αν τα αποστήματά τους είναι ίσα.

γ) Κάθε εξωτερική γωνία τριγώνου είναι ίση με τη διαφορά των δύο απέναντι εσωτερικών γωνιών του τριγώνου.

δ) Ένα τετράπλευρο είναι ορθογώνιο αν ισχύει η πρόταση: οι διαγώνιοί του είναι ίσες.

ε) Η απόσταση του βαρύκεντρου ενός τριγώνου από κάθε κορυφή του ισούται με το $\frac{1}{3}$ του μήκους της αντίστοιχης διαμέσου.

(Μονάδες 5 x 2 = 10)

Θέμα Α – Απαντήσεις

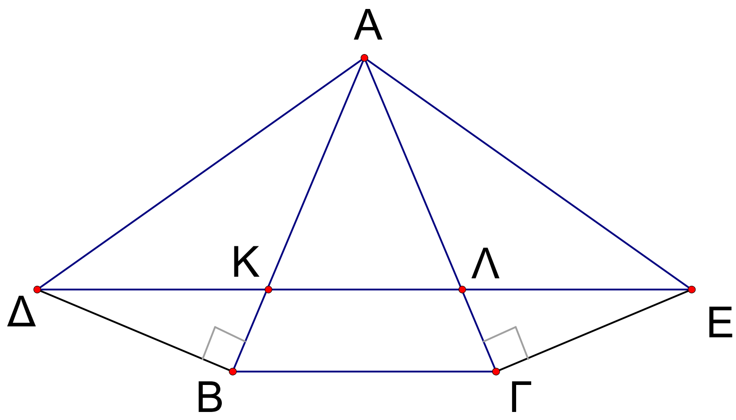
Α1. Θεωρία σελ. 110

Α2. Θεωρία σελ. 101

Α3. α) Σ β) Σ γ) Λ δ) Λ ε) Λ

ΘΕΜΑ Β

Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ φέρουμε $ΒΔ \perp ΒΑ$ και $ΓΕ \perp ΓΑ$ με ΒΔ = ΓΕ. Η ΔΕ τέμνει την ΑΒ στο Κ και την ΑΓ στο Λ. Να αποδείξετε ότι :



Β1. ΑΔ = ΑΕ.

(Μονάδες 10)

Β2. Τα τρίγωνα $\overset{\Delta}{ΑΔΚ}$ και $\overset{\Delta}{ΑΕΛ}$ είναι ίσα.

(Μονάδες 10)

Β3. ΚΛ || ΒΓ.

(Μονάδες 5)

Θέμα Β – Απαντήσεις

Β1. Τα τρίγωνα $\overset{\Delta}{ΑΔΒ}$ και $\overset{\Delta}{ΑΕΓ}$ έχουν:

1. $\hat{Β} = \hat{Γ} = 90^o$ (υπόθεση)
2. ΑΒ = ΑΓ (υπόθεση)
3. ΒΔ = ΓΕ (υπόθεση)

Άρα είναι ίσα (ΠΓΠ) και επομένως ισχύουν: ΑΔ = ΑΕ και $Δ\hat{Α}Β = Γ\hat{Α}Ε$

Β2. Τα τρίγωνα $\overset{\Delta}{ΑΔΚ}$ και $\overset{\Delta}{ΑΕΛ}$ έχουν:

1. ΑΔ = ΑΕ (από ερώτημα Β1)
2. $Α\hat{Δ}Κ = Α\hat{Ε}Λ$ (ΑΔΕ ισοσκελές)
3. $Δ\hat{Α}Β = Γ\hat{Α}Ε$ (από ερώτημα Β1)

Άρα είναι ίσα (ΓΠΓ) και επομένως ΑΚ = ΑΛ

Β3. Στο τρίγωνο ΑΚΛ: $2Α\hat{Κ}Λ + \hat{Α} = 180^o$ (1)

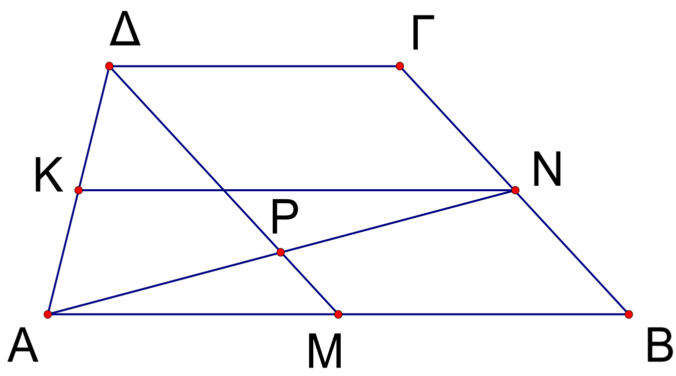
Στο τρίγωνο ΑΒΓ: $2Α\hat{Β}Γ + \hat{Α} = 180^o$ (2)

Από (1) και (2): $2Α\hat{Κ}Λ + \hat{Α} = 2Α\hat{Β}Γ + \hat{Α} \Leftrightarrow Α\hat{Κ}Λ = Α\hat{Β}Γ$

Άρα οι εντός, εκτός και επί τ΄ αυτά γωνίες είναι ίσες, επομένως ΚΛ || ΒΓ.

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται τραπέζιο ΑΒΓΔ (ΑΒ ∥ ΓΔ) με ΑΒ = 2ΔΓ. Αν Κ, Μ, Ν μέσα των ΑΔ, ΑΒ, ΒΓ αντίστοιχα και Ρ το σημείο τομής των ΑΝ και ΔΜ, να αποδείξετε ότι:



Γ1. $ΚΝ = \dfrac{3ΔΓ}{2}$.

(Μονάδες 6)

Γ2. ΔΓΒΜ παραλληλόγραμμο.

(Μονάδες 6)

Γ3. ΑΡ = ΡΝ.

(Μονάδες 6)

Γ4. ΔΡ = 3ΡΜ.

(Μονάδες 7)

Θέμα Γ – Απαντήσεις

Γ1. ΚΝ διάμεσος του τραπεζίου, άρα: $ΚΝ = \dfrac{ΑΒ + ΔΓ}{2} = \dfrac{2ΔΓ + ΔΓ}{2} = \dfrac{3ΔΓ}{2}$.

Γ2. $ΔΓ //= \dfrac{ΑΒ}{2} //= ΜΒ$, άρα ΔΓΒΜ παραλληλόγραμμο.

Γ3. Στο τρίγωνο ΑΝΒ έχουμε: Μ μέσο ΑΒ και ΜΡ//ΝΒ (ΔΓΒΜ παρ/μο) άρα Ρ μέσο ΑΝ, δηλαδή ΑΡ = ΡΝ.

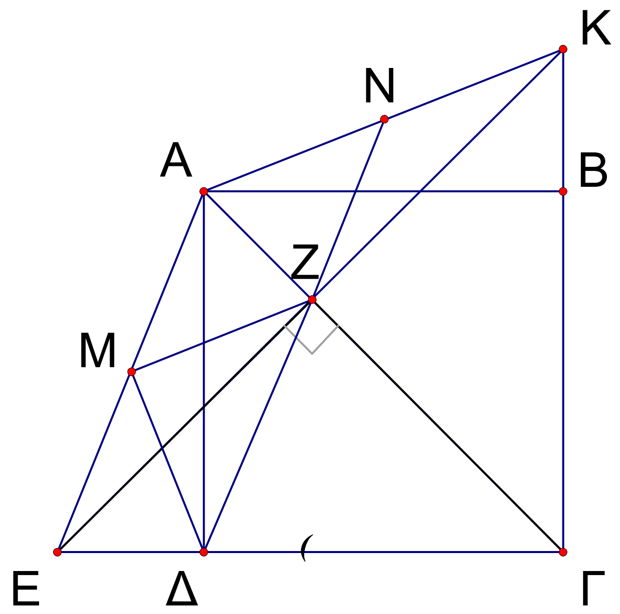
Γ4. Στο τρίγωνο ΑΝΒ έχουμε: Μ μέσο ΑΒ και Ρ μέσο ΑΝ άρα:

$$ΡΜ = \frac{ΝΒ}{2} = \frac{\frac{ΓΒ}{2}}{2} = \frac{ΓΒ}{4} = \frac{ΔΜ}{4} \Leftrightarrow ΔΜ = 4ΡΜ,$$

επομένως: ΔΡ = ΔΜ – ΡΜ = 4ΡΜ – ΡΜ = 3ΡΜ.

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ και σημείο Ε στην προέκταση της πλευράς ΓΔ. Από το Ε φέρουμε ευθεία κάθετη στην ΑΓ, που τέμνει την ΑΓ στο Ζ και την προέκταση της ΓΒ στο Κ. Αν Μ, Ν μέσα των ΑΕ, ΑΚ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:



Δ1. Το τρίγωνο ΜΔΖ είναι ισοσκελές.

(Μονάδες 6)

Δ2. Η ΓΖ είναι διάμεσος στο τρίγωνο ΕΓΚ .

(Μονάδες 5)

Δ3. Το τετράπλευρο ΑΝΖΜ είναι ρόμβος.

(Μονάδες 9)

Δ4. Αν επιπλέον ισχύει ΕΔ = ΖΝ να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $E\widehat{A}\Delta$.

(Μονάδες 5)

Θέμα Δ – Απαντήσεις

Δ1. Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΖΕ ($\widehat{Z} = 90^o$) είναι ΖΜ διάμεσος, άρα $ZM = \dfrac{AE}{2}$. (1)

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΔΕ ($\widehat{\Delta} = 90^o$) είναι ΔΜ διάμεσος, άρα $\Delta M = \dfrac{AE}{2}$. (2)

Από (1) και (2) συμπεραίνω ότι ΖΜ = ΔΜ, άρα το τρίγωνο ΖΔΜ είναι ισοσκελές.

Δ2. ΓΖ ύψος (υπόθεση) και διχοτόμος (ΑΒΓΔ τετράγωνο $\Rightarrow \widehat{\Gamma_1} = \widehat{\Gamma_2}$), άρα το τρίγωνο ΕΓΚ είναι ισοσκελές και επομένως η ΓΖ είναι επιπλέον και διάμεσος του τριγώνου.

Δ3. Στο τρίγωνο ΑΚΕ είναι: Ζ μέσο ΚΕ και Ν μέσο ΑΚ άρα: ΖΝ //= $\dfrac{AE}{2}$ //= ΑΜ. Επομένως το ΑΝΖΜ είναι παραλληλόγραμμο. Όμως, $ZM = \dfrac{AE}{2} = AM$, επομένως ΑΝΖΜ ρόμβος.

Δ4. Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΔΕ ($\widehat{\Delta} = 90^o$) ισχύει $E\Delta = ZN = AM = \dfrac{AE}{2}$, άρα $E\widehat{A}\Delta = 30^o$.