

ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

A. Να δώσετε τον ορισμό της αριθμητικής προόδου. (6 μονάδες)

B. Αν τρεις αριθμοί  $\alpha, \beta, \gamma$  είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, να αποδείξετε ότι:

$$\beta = \frac{\alpha + \gamma}{2}. \quad (10 \text{ μονάδες})$$

Γ. Να χαρακτηρίσετε σαν **Σωστή** ή **Λάθος** καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις, γράφοντας την απάντηση στο τετράδιο σας :

i) Η ταυτότητα της διαίρεσης ενός πολυωνύμου  $P(x)$  διά  $(x - \rho)$  είναι:  $P(x) = (x - \rho)\pi(x) + P(\rho)$ .

ii) Η συνάρτηση  $f(x) = \log_a x$  με  $a > 1$  είναι γνησίως αύξουσα στο  $\mathbb{R}$ .

iii) Για κάθε  $\alpha \in \mathbb{R}$  ισχύει ότι:  $\eta\mu^2 \alpha = \frac{1 - \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}$ . (9 μονάδες)

ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = 3x^3 + \alpha x^2 - 4\beta x - 2$ .

α) Να βρείτε τις τιμές των  $\alpha, \beta$  αν γνωρίζετε ότι το 1 είναι ρίζα του πολυωνύμου και ότι οι αριθμοί  $\alpha, 2\beta, 1$  με τη σειρά που δίνονται είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου. (13 μονάδες)

β) Αν  $\alpha = 1$  και  $\beta = \frac{1}{2}$  να αποδείξετε ότι η εξίσωση  $P(x) = 0$  έχει μία μόνο πραγματική ρίζα.

(12 μονάδες)

ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 4^x - 2^{x+3} + 7$ .

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης. (5 μονάδες)

β) Να λύσετε την εξίσωση  $f(x) = 0$ . (10 μονάδες)

γ) Να αποδείξετε ότι η μία από τις παραπάνω ρίζες είναι μεγαλύτερη του 1. (10 μονάδες)

ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>

α) Να αποδείξετε ότι:  $\sqrt{2}\sigma\upsilon\nu\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \sigma\upsilon\nu 2x - \eta\mu 2x$ . (8 μονάδες)

β) Να λύσετε την εξίσωση:  $\sigma\upsilon\nu(2\pi \ln x) - \eta\mu(2\pi \ln x) = \sqrt{2}$ . (10 μονάδες)

γ) Ποιες από τις λύσεις του ερωτήματος (β) ανήκουν στο διάστημα  $[e^2, e^4]$ ; (7 μονάδες)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Χανιά 9-6-2009

*Handwritten signature*