

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ**Θέματα προαγωγικών εξετάσεων στην Άλγεβρα****ΘΕΜΑ Α**

A.1. Να σημειωθεί Σ (σωστό) ή Λ (λανθασμένο) σε κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις :

- α) Αν $P(x)-Q(x) = 3$ τότε βαθμός $P(x)$ = βαθμός $Q(x)$ Σ. Λ.
- β) Αν $P(x), Q(x)$ πολυώνυμα βαθμών κ, λ αντίστοιχα, τότε το $P(x)+2Q(x)$ έχει βαθμό $κ+λ$ Σ. Λ.
- γ) Αν το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου $P(x)$ με το x^2-16 είναι 0 τότε το 4 είναι ρίζα του $P(x)$ Σ. Λ.
- δ) Αν το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου $P(x)$ με το $x-6$ είναι 2 τότε το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x+6$ είναι -2 Σ. Λ.

(8 μονάδες)

A.2. Αν $a > 0$ και $a \neq 1$, $\theta_1 > 0$, $\theta_2 > 0$, να αποδείξετε ότι ισχύει
 $\log_a \theta_1 \theta_2 = \log_a \theta_1 + \log_a \theta_2$

(10 μονάδες)

A.3. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sin x$, $x \in [0, 2\pi]$. Να γράψετε:

- α) την περίοδο της
 β) τα διαστήματα μονοτονίας της
 γ) το σύνολο τιμών της.

(7 μονάδες)

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 3\sin 2x$, $x \in [0, 2\pi]$

B.1. Να βρείτε την μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f και για ποιες τιμές του x παίρνει αυτές τις τιμές. (5 μονάδες)

B.2. Να λυθεί η εξίσωση $f(x) = \frac{3}{2}$ (10 μονάδες)

B.3. Αν $g(x) = \sin^2 2x - 4$, να βρεθούν τα σημεία τομής των γραφικών παραστάσεων των f και g . (10 μονάδες)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + (\kappa-2)x^2 + \lambda x + 6$

- Γ. 1. Αν το πολυώνυμο έχει παράγοντα το $x - 2$ και το υπόλοιπο της διαίρεσης του με το $x - 4$ είναι 10, να υπολογίσετε τα κ και λ . (5 μονάδες)
- Γ.2. Για $\kappa = -2$ και $\lambda = 1$, να λύσετε την ανίσωση $P(x) < 0$. (10 μονάδες)
- Γ.3. Να λύσετε την εξίσωση $\sqrt{P(x) - (x - 3)^2} = x - 1$. (10 μονάδες)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \ln(e^{2x} - 2e^x + 1)$ και $g(x) = \ln(e^x - 1)$.

- Δ.1. Να βρείτε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων f και g (5 μονάδες)
- Δ.2. Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της f βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$. (10 μονάδες)
- Δ.3. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = g(x) + 2\ln 2$. (10 μονάδες)