

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

Θέμα 1^ο

(Μονάδες $10 + 5 \times 2 + 5 = 25$)


- A. Να αποδείξετε ότι ο $\nu^{\text{ος}}$ όρος μιας αριθμητικής προόδου με πρώτο όρο α_1 και διαφορά ω είναι $\alpha_\nu = \alpha_1 + (\nu - 1)\omega$.
- B. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις γράφοντας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.
- (α) Αν α, β, γ διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου τότε ισχύει $\beta = \frac{\alpha + \gamma}{2}$.
- (β) Για κάθε πραγματικό αριθμό x ισχύει $x = \log 10^x$.
- (γ) Αν $\alpha > 0$ με $\alpha \neq 1$, τότε για οποιουσδήποτε αριθμούς $\theta_1, \theta_2 > 0$, ισχύει $\log_\alpha (\theta_1 \theta_2) = \log_\alpha \theta_1 + \log_\alpha \theta_2$.
- (δ) Αν $x + p$ παράγοντας ενός πολυωνύμου $P(x)$ τότε $P(p) = 0$.
- (ε) Η συνάρτηση $f(x) = a^x$ με $a > 1$ είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} .
- Γ. Να γραφούν οι τύποι λύσεων των παρακάτω τριγωνομετρικών εξισώσεων:
- (α) $\eta \mu x = \eta \mu \theta$
- (β) $\sigma \phi x = \sigma \phi \theta$

Θέμα 2^ο

(Μονάδες $10 + 15 = 25$)

Δίνεται η παράσταση $A = \eta \mu \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) \sigma \upsilon \nu \frac{\pi}{3} + \eta \mu \frac{\pi}{3} \sigma \upsilon \nu \left(2x - \frac{\pi}{3} \right)$.

- (α) Να αποδείξετε ότι $A = \eta \mu 2x$
- (β) Να λύσετε την εξίσωση $A = \sigma \upsilon \nu x$

 συνεχίζεται στην πίσω σελίδα

Θέμα 3^ο*(Μονάδες 8+12+5 = 25)*

Η διαίρεση ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το $x - 1$ αφήνει υπόλοιπο 5, ενώ η διαίρεση του $P(x)$ με το $x - 2$ αφήνει υπόλοιπο 8. Με τη βοήθεια της ισότητας:

$$P(x) = (x - 1)(x - 2)(\gamma - 3x) + \alpha x + \beta \text{ με } \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$$

A. να βρείτε τις τιμές των α, β .

B. για $\alpha = 3, \beta = 2$ και $|\gamma| < 3$:

(α) να λύσετε την ανίσωση $P(x) \leq 3x + 2$.

(β) αν η αριθμητική τιμή του πολυωνύμου για $x = 3$ είναι ίση με -3 να βρείτε την τιμή του γ .

Θέμα 4^ο*(Μονάδες 8 + 9 + 8 = 25)*

Έστω η συνάρτηση $f(x) = \log(3 - 10^x)$.

(α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .

(β) Αν οι αριθμοί $2x, f(x), \log 4$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου να βρείτε την τιμή του x .

(γ) Να βρείτε το διάστημα στο οποίο η γραφική παράσταση της f βρίσκεται κάτω από τον άξονα $x'x$.

Κ Α Λ Η Ε Π Ι Τ Υ Χ Ι Α