**ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2010**

## Θέμα 1ο

*(Μονάδες 10 + 5x2 + 5)*

Α. Να αποδείξετε τον τύπο $\sigma\upsilon\nu 2\alpha = 1 - 2\eta\mu^2\alpha$.

Β. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις γράφοντας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

(α) Ο τύπος που δίνει τις λύσεις της εξίσωσης $\varepsilon\varphi x = \varepsilon\varphi\theta$ είναι $x = \kappa\pi + \theta$, με $\kappa \in \mathbb{Z}$.

(β) Ο βαθμός του γινομένου δύο μη μηδενικών πολυωνύμων είναι ίσος με το άθροισμα των βαθμών των πολυωνύμων αυτών.

(γ) Το άθροισμα $S_\nu$ των $\nu$ πρώτων όρων μιας αριθμητικής προόδου με πρώτο όρο $\alpha_1$ και διαφορά $\omega$ δίνεται από τον τύπο $S_\nu = \frac{\nu}{2}[\alpha_1 + (\nu - 1)\omega]$.

(δ) Αν $\alpha > 0$, $\mu$ ακέραιος και $\nu$ θετικός ακέραιος, τότε $\alpha^{\frac{\mu}{\nu}} = \sqrt[\mu]{\alpha^\nu}$.

(ε) Ισχύει ότι $\ln e = 1$.

Γ. Πότε μια ακολουθία λέγεται αριθμητική πρόοδος;

## Θέμα 2ο

*(Μονάδες 8 + 8 + 9)*

Δίνεται η παράσταση $\mathrm{A} = \sigma\upsilon\nu(\mathrm{x} - \omega) - \sigma\upsilon\nu(\mathrm{x} + \omega)$, όπου $\omega$ είναι μια γωνία για την οποία ισχύει $\eta\mu\omega = \frac{1}{2}$.

(α) Να αποδείξετε ότι $\mathrm{A} = \eta\mu\mathrm{x}$

(β) Να αποδείξετε ότι $\sigma\upsilon\nu 2\omega = \eta\mu\omega$.

(γ) Να λύσετε την εξίσωση $\mathrm{A} = \eta\mu\left(x + \frac{\pi}{5}\right)$.

## Θέμα 3$^o$

*(Μονάδες 3+8+5+9)*

Το πολυώνυμο $P(x)=x^3+\alpha x^2+\beta x+2$ με $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$ διαιρούμενο με το $x^2-1$ δίνει υπόλοιπο $2x+3$.

Α. (α) Αν $\pi(x)$ είναι το πηλίκο της παραπάνω διαίρεσης να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης .

(β) Να βρείτε τις τιμές των $\alpha,\beta$ .

Β. Για $\alpha=\beta=1$:

(α) Να βρείτε το πηλίκο $\pi(x)$ της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x^2-1$.

(β) Να λύσετε την ανίσωση $P(x)-3\geq 2x$.

## Θέμα 4$^o$

*(Μονάδες 4 +6 + 8 +7)*

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x)=\ln(3e^x-2)$ και $g(x)=\ln(e^x+\alpha)$. Δίνεται ακόμη ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $g$ τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $(0,\ln 2)$.

Α. (α) Να αποδείξετε ότι $\alpha=1$.

(β) Για $\alpha=1$ να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων $f$ και $g$.

(γ) Να λύσετε την ανίσωση $f(x)<-x$.

Β. Έστω $(\alpha_\nu)$ μια αριθμητική πρόοδος με $\alpha_1=f(\ln 2)$ και $\alpha_5=f(\ln 6)$. Να αποδείξετε ότι $\alpha_1=4\omega$, όπου $\omega$ είναι η διαφορά της αριθμητικής προόδου.

**Κ Α Λ Η  Ε Π Ι Τ Υ Χ Ι Α**