

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2013
ΤΑΞΗ: Β΄
ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 14-6-2013

ΘΕΜΑ Α

1) Αν $a > 0$ με $a \neq 1$, τότε για οποιοδήποτε $\theta > 0$ και $k \in \mathbb{R}$, να αποδείξετε ότι $\log_a \theta^k = k \log_a \theta$.
Μονάδες 7

2) α) Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;

β) Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το σύνολο A λέγεται άρτια;
Μονάδες 4+4

3) Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λάθος:

α) Οι αντίθετες γωνίες έχουν το ίδιο συνημίτονο.

β) Ισχύει $\varepsilon\phi\omega \cdot \sigma\phi\omega = 1$ (εφόσον $\sigma\upsilon\nu\omega \neq 0$ και $\eta\mu\omega \neq 0$).

γ) Το μηδενικό πολυώνυμο έχει βαθμό μηδέν.

δ) Η συνάρτηση $f(x) = a^x$ με $0 < a < 1$ είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} .

ε) Η συνάρτηση $f(x) = \log_a x$ με $0 < a \neq 1$ έχει πεδίο ορισμού το \mathbb{R} .

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \eta\mu(\pi - x) + \kappa$ διέρχεται από το σημείο $A(0,1)$.

1) Να δείξετε ότι :

α) $f(x) = 2\eta\mu x + 1$

β) $-1 \leq f(x) \leq 3$

γ) $f(x) + f(-x) = 2$

Μονάδες 3.5=15

2) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 1 + 2\sigma\upsilon\nu x$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=(a-1)x^4 + ax^3 - x + a-4$, όπου a πραγματικός αριθμός.

A. Να βρεθεί η τιμή του a για την οποία το πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x+2$.

Μονάδες 5

Για $a=2$ να βρείτε :

B 1. Τις ρίζες της εξίσωσης $P(x)=0$, καθώς και τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της πολυωνυμικής συνάρτησης $P(x)$ είναι πάνω από τον άξονα $x'x$.

Μονάδες 10

B 2. Το πρόσημο του γινομένου $P(-99) \cdot P(-1,15) \cdot P(2013)$.

Μονάδες 5

B3. Το ηλίκο και το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου $P(x)$ με το πολυώνυμο x^2+2x-1 .

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Το πολυώνυμο

$P(x)=(4^{\lambda+\frac{3}{2}} - 12 \cdot 2^{\lambda-1} + 1)x^4 - (\lambda+1)x^3 + (1+\log a)x^2 - (2+\log a^3)x - 6$, $a > 0$ είναι τρίτου βαθμού και έχει παράγοντα το $x+\lambda$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

1) Να αποδείξετε ότι :

i) $\lambda = -2$

ii) $a = 10$

Μονάδες 10

Μονάδες 8

2) Να λύσετε την ανίσωση $\ln x^2 + \ln|x| < P(2)$.

Μονάδες 7

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ ☺

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Καπιωτάς Μιχαήλ

Μιχαλάκης Απόστολος

Τσακμάκη Λαμπρινή