



Γραπτές Προαγωγικές Εξετάσεις Μαΐου-Ιουνίου 2011

Τάξη: Β'

Εξεταζόμενο Μάθημα: Άλγεβρα

**ΘΕΜΑ 1** \_\_\_\_\_

Έστω το πολυώνυμο

$$P(x) = \alpha_n x^n + \alpha_{n-1} x^{n-1} + \dots + \alpha_1 x + \alpha_0$$

και  $\rho$  ένας πραγματικός αριθμός.

1. Τι ονομάζεται αριθμητική τιμή του πολυωνύμου  $P(x)$  για  $x = \rho$ ;
2. Πότε ο  $\rho$  ονομάζεται ρίζα του πολυωνύμου  $P(x)$ ;
3. Να αποδείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου  $P(x)$  δια του  $x - \rho$  είναι ίσο με την τιμή του πολυωνύμου για  $x = \rho$ .

Μονάδες:      1. 6      2. 6      3. 13

**ΘΕΜΑ 2** \_\_\_\_\_

Δίνεται το πολυώνυμο

$$P(x) = x^3 + 2x^2 - 7x - 8$$

1. Να επαληθεύσετε ότι ο αριθμός  $-1$  είναι ρίζα του  $P(x)$
2. Να βρείτε το ηλίκο της διαίρεσης  $P(x) : (x + 1)$ .
3. Να βρείτε τις άλλες ρίζες του  $P(x)$ .
4. Να λύσετε την ανίσωση  $P(x) < 0$ .

Μονάδες:      1. 6      2. 6      3. 6      4. 7

**ΘΕΜΑ 3** \_\_\_\_\_

Δίνεται η εκθετική συνάρτηση

$$\varphi(x) = \left(\frac{\lambda - 1}{3}\right)^x$$

1. Να βρείτε για ποιές τιμές του  $\lambda$  η συνάρτηση  $\varphi$  είναι γνησίως αύξουσα και για ποιές γνησίως φθίνουσα.
2. Να αποδείξετε ότι οι αριθμοί  $\varphi(1)$ ,  $\varphi(2)$ ,  $\varphi(3)$  είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.
3. Δίνεται ότι

$$\varphi(\kappa) + \varphi(\kappa + 1) = 36 \quad (1)$$

(α') Με δεδομένο ότι  $\kappa = 2$  να βρείτε το  $\lambda$ .

(β') Με δεδομένο ότι  $\lambda = 13$  να βρείτε το  $\kappa$ .

Μονάδες:    1.    5    2.    4    3.    16

**ΘΕΜΑ 4** \_\_\_\_\_

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = (\ln x)^2 + \ln \frac{1}{x}$$

1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της  $f$ .
2. Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της  $f$  με τους άξονες.
3. Να βρείτε το άθροισμα των ριζών της εξίσωσης  $f(\sin x) = 0$  που ανήκουν στο διάστημα  $[0, 2011\pi]$ .
4. Να αποδείξετε ότι αν ισχύει  $f(\alpha) = f(\beta)$  και  $\alpha \neq \beta$  τότε  $\alpha\beta = e$ .

Μονάδες:    1. 6    2. 6    3. 6    4. 7

*Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα. Καλή Επιτυχία*