

ΓΕΝΙΚΟ ΕΝΙΑΙΟ ΛΥΚΕΙΟ
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2010
ΑΛΓΕΒΡΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ 1

α. Να αποδείξετε ότι $\eta\mu 2\alpha = 2\eta\mu\alpha \sigma\upsilon\nu\alpha$.

β. Έστω $\Delta(x) = \delta(x)\pi(x) + \upsilon(x)$ η ταυτότητα διαίρεσης των πολυωνύμων $\Delta(x) : \delta(x)$ όπου $\delta(x) \neq 0$. Τι γνωρίζετε για τον βαθμό του πολυωνύμου $\upsilon(x)$;

γ. Να χαρακτηρίσετε σαν Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ) καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις:

1. $\eta\mu^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 - \sigma\upsilon\nu x}{2}$

2. Ο βαθμός του γινομένου δυο μη μηδενικών πολυώνυμων ισούται με το γινόμενο των βαθμών τους.

3. Η συνάρτηση e^{-x} είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R}

4. $\log 10^x = x$ όταν $x > 0$

5. $\ln\left(\frac{2}{3}\right) < 0$

(Μονάδες 10-5-10)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{2}\sigma\upsilon\nu\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2}\sigma\upsilon\nu\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

α. Να αποδείξετε ότι $f(x) = 2\sigma\upsilon\nu x$

β. Να λυθεί η εξίσωση $\epsilon\varphi^2 2x - 1 = f(0)$

(Μονάδες 10-15)

ΘΕΜΑ 3

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = \alpha x^3 + (\beta - 1)x^2 - 3x - 2\beta + 6$ με $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

α. Αν το πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $(x - 1)$ και το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $(x + 1)$ είναι 2, να βρείτε τους αριθμούς α και β .

β. Για $\alpha = 2$ και $\beta = 4$ να λυθούν :

(i) $P(x) = 0$ (ii) $\left(\eta\mu \frac{\pi}{6}\right)^{P(x)} < 1$

(Μονάδες 10-6-9)

ΘΕΜΑ 4

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \sqrt[2010]{2 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^x + 2}$ και $g(x) = \ln^2 x - \ln x^2$.

α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων $f(x)$ και $g(x)$.

β. Να λυθεί η εξίσωση $g(x) = f(1)$.

(Μονάδες 10-5-10)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ