

ΘΕΜΑ1⁰

- A.** Να αποδείξετε ότι το υπόλοιπο Y της διαίρεσης τις πολυωνύμου $P(x)$ με το $(x-a)$ είναι $Y=P(a)$ Μονάδες 10
- B.** Πότε μια συνάρτηση $f(x)$ είναι γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ ; Μονάδες 3
- Γ.** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές(Σ) ή λανθασμένες(Λ):
- α. Αν $\eta\mu\chi=0$ τότε $\chi=k\pi$, όπου k ακέραιος. Μονάδες 1
- β. Το μηδενικό πολυώνυμο έχει βαθμό 0. Μονάδες 1
- γ. Η συνάρτηση $f(x)=a^x$ με $a \in (0,1)$ είναι γνησίως φθίνουσα. Μονάδες 1
- Δ.** Να αιτιολογήσετε γιατί;
- A. Το $P(x)=x^{2013}+x^{2012}-2$ έχει παράγοντα το $(x-1)$. Μονάδες 3
- β. Το $P(x)=x^{2013}+x^{2012}x^{2011}+x^{2010}-2013$ δεν έχει ρίζα το 2. Μονάδες 3
- γ. Είναι λάθος η σκέψη: $1 < 2$ άρα $\left(\frac{1}{2}\right)^1 < \left(\frac{1}{2}\right)^2$ άρα $\frac{1}{2} < \frac{1}{4}$ άρα $0.50 < 0.25$. Μονάδες 3

ΘΕΜΑ2⁰

Δίνετε το σύστημα $\Sigma = \begin{cases} (\lambda + 1) \chi - \psi = \lambda \\ (\lambda + 1)^2 \chi - 2\psi = \lambda + 1 \end{cases}$

- A.** Δείξτε ότι το Σ δεν έχει ποτέ λύση την $(\chi, \psi) = (0, 0)$ Μονάδες 5
- B.** Να λυθεί το Σ αν $\lambda = 0$ Μονάδες 8
- Γ.** Να λυθεί το Σ για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ Μονάδες 12

ΘΕΜΑ3⁰

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 - x^2 - \beta x + \alpha$ το οποίο έχει ρίζα τον αριθμό 1 και διαιρούμενο με το $x-2$ δίνει υπόλοιπο 9.

- A.** Δείξτε ότι $\alpha=1$ και $\beta=2$ Μονάδες 9
- B.** Για $\alpha=1$ και $\beta=2$ να λυθεί η εξίσωση $P(x)=0$ και η ανίσωση $P(x)>0$ Μονάδες 8
- Γ.** Να λυθεί η εξίσωση $2\sigma\upsilon\nu^3\chi + \eta\mu^2\chi - 2\sigma\upsilon\nu\chi = 0$ Μονάδες 8

ΘΕΜΑ4⁰

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \left(\frac{\log\alpha - \log 3}{\log\beta - \log\alpha}\right)^x$ η οποία είναι γνησίως φθίνουσα στο \mathbb{R} και $3 < \alpha < \beta$. $(\log\theta = \log_{10}\theta)$

- A.** Αποδείξτε ότι $\log\frac{\alpha}{3} > 0$ και $\log\frac{\beta}{\alpha} > 0$ Μονάδες 4
- B.** Αποδείξτε ότι η συνάρτηση $\left(\frac{3\beta}{\alpha^2}\right)^x$ είναι γνησίως αύξουσα Μονάδες 8
- Γ.** Αν $\alpha=30$ και $\beta=3000$

(i) Αποδείξτε ότι $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ Μονάδες 6

(ii) Να λύσετε την εξίσωση $f(3-x) = 4\sqrt{4^{1-x}}$ Μονάδες 7

Σας εύχομαι επιτυχία και καλό καλοκαίρι