Ονοματεπώνυμο:…………………………………
1ο Γενικό Λύκειο Χανίων Σχολ. Έτος 2011-2012
Τάξη Β΄

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ
ΣΤΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Να αποδείξετε ότι σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το τετράγωνο του ύψους του που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα είναι ίσο με το γινόμενο των προβολών των κάθετων πλευρών στην υποτείνουσα. . Μον. 10

Β. Να γράψετε τρεις τύπους για το εμβαδόν τριγώνου και να εξηγήσετε τα σύμβολα που περιέχουν αυτοί ή να κάνετε σχήμα. Μον. 9

Γ. Να χαρακτηρίσετε, στο γραπτό σας, τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστές ή Λάθος.

a. α. Η πλευρά ισοπλεύρου τριγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας R είναι ίση με $R\sqrt{2}$
b. β. Αν β η μεγαλύτερη πλευρά ενός τριγώνου ΑΒΓ και ισχύει $\beta^2 < \alpha^2 + \gamma^2$, τότε τρίγωνο είναι οξυγώνιο.
c. γ. Αν οι χορδές ΑΒ, ΓΔ ενός κύκλου τέμνονται σε σημείο Ρ, τότε ισχύει $ΡΑ \cdot ΡΒ = ΡΓ \cdot ΡΔ$

Μον. 6

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές β = 5, γ = 3 και διάμεσο $\mu_\alpha = \frac{\sqrt{19}}{2}$

a. Να υπολογίσετε την πλευρά α Μον. 10
b. Να υπολογίσετε τη γωνία Α Μον. 10
c. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ. Μον. 5

ΘΕΜΑ 3ο

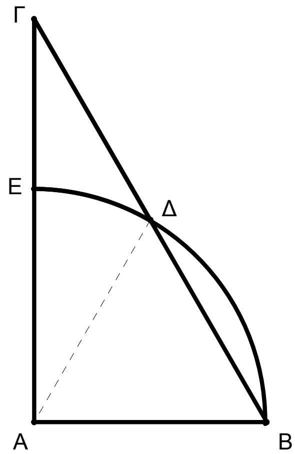
Σε ένα ισοσκελές τραπέζιο ΑΒΓΔ (ΑΒ//ΓΔ) με εμβαδόν 36τ.μ. ισχύει ότι ΓΔ = 2ΑΒ = 3ΑΕ ,όπου ΑΕ κάθετη στην ΓΔ.

a. Να υπολογίσετε τις βάσεις του τραπεζίου. Μον. 9
b. Να αποδείξετε ότι ΑΔ = 5 Μον. 8
c. Αν ΑΒ = 6, να αποδείξετε ότι ο ρόμβος που έχει διαγώνιους ίσες με ΑΒ και ΓΔ αντίστοιχα, είναι ισοδύναμος με το τραπέζιο. Μον. 8

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $Α = 90^0$, $Γ = 30^0$, ΒΓ = 10.
Με κέντρο Α και ακτίνα ΑΒ γράφουμε κύκλο που τέμνει την ΒΓ στο Δ και την ΑΓ στο Ε.

a. Να αποδείξετε ότι το Δ είναι μέσο της ΒΓ. Μον. 5
b. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του κυκλικού τομέα κέντρου Α τόξου $\overset{\frown}{ΔΕ}$ Μον. 5
c. Να υπολογίσετε την περίμετρο του μικτόγραμμου γραμμοσκιασμένου τριγώνου ΓΔΕ. Μον. 8
d. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του παραπάνω μικτόγραμμου τριγώνου Μον. 7



<u>Να απαντήσετε όλα τα θέματα στο γραπτό σας. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι</u>

Καλή Επιτυχία!

Ο Διευθυντής

Μπεμπλιδάκης Μάρκος

Οι καθηγητές
Γνεσούλης Αθ.
Καζάκου Αρ.
Τερεζάκης Ι.

Απαντήσεις

Θέμα 1ο

Α. Θεώρημα IV σελ 184

Β. $E = \frac{1}{2}\beta\acute{\alpha}\sigma\eta \times \acute{\upsilon}\psi o\varsigma$,

Ε = τρ όπου τ η ημιπερίμετρος του τριγώνου και ρ η ακτίνα του εγγεγραμμένου του κύκλου,

$E = \frac{\alpha\beta\gamma}{4R}$, όπου R η ακτίνα του περιγεγραμμένου του κύκλου

Γ. Λ – Σ – Σ

Θέμα 2ο

Α. Από την σχέση $\beta^2 + \gamma^2 = 2\mu_\alpha{}^2 + \frac{\alpha^2}{2}$ αντικαθιστώντας τις τιμές προκύπτει

$$34 = 2\frac{19}{4} + \frac{\alpha^2}{2} \Leftrightarrow 68 = \alpha^2 + 19 \Leftrightarrow \alpha = \sqrt{49} = 7$$

Β. Από τον νόμο των συνημιτόνων για την πλευρά α έχουμε

$$\sigma\upsilon\nu\hat{A} = \frac{\beta^2 + \gamma^2 - \alpha^2}{2\beta\gamma} \Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu\hat{A} = \frac{34-49}{30} = -\frac{1}{2} \text{ άρα } \hat{A} = 120^o$$

Γ. Για το εμβαδόν του τριγώνου ισχύει $(AB\Gamma) = \frac{1}{2}\beta\gamma \cdot \eta\mu\hat{A} = \frac{1}{2}15 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15\sqrt{3}}{4}$ γιατί

$\eta\mu 120^o = \eta\mu 60^o = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Θέμα 3ο

Α. Από την σχέση ΓΔ = 2ΑΒ = 3ΑΕ προκύπτουν ΓΔ = 2ΑΒ και $AE = \frac{2}{3}AB$ επίσης

για το εμβαδόν τραπεζίου ισχύει

$$(AB\Gamma\Delta) = \frac{AB + \Gamma\Delta}{2} \cdot AE = \frac{AB + 2AB}{2} \cdot \frac{2}{3}AB = \frac{3AB}{2} \cdot \frac{2}{3}AB = AB^2 \text{ άρα } AB^2 = 36$$

επομένως ΑΒ = 6 και τότε ΓΔ = 12 και ΑΕ = 4

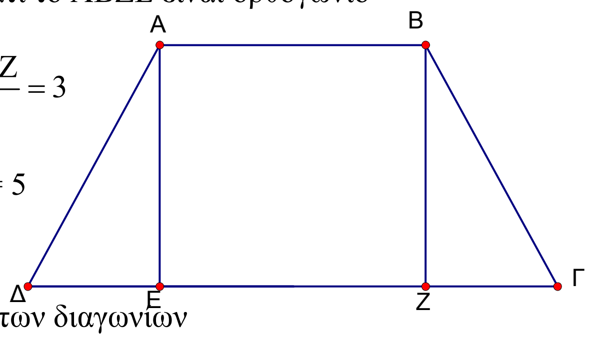
Β. Φέρνουμε το κάθετο τμήμα ΒΖ τότε ΑΒ = ΕΖ = 6 γιατί το ΑΒΖΕ είναι ορθογώνιο

Επίσης τα ορθογώνια τρίγωνα ΑΕΔ και ΒΖΓ είναι ίσα

(γιατί ΑΕ = ΒΖ και ΑΔ = ΒΓ) άρα $\Delta E = Z\Gamma = \frac{\Gamma\Delta - EZ}{2} = 3$

Από Πυθαγόρειο θεώρημα στο ορθογώνιο τρίγωνο

ΑΔΕ ισχύει $A\Delta^2 = AE^2 + \Delta E^2 = 16 + 9 = 25$ άρα ΑΔ = 5



Γ. Το εμβαδόν τετραπλεύρου με κάθετες διαγώνιους

Δίνεται από τον τύπο $E = \frac{\delta_1 \cdot \delta_2}{2}$, όπου δ_1, δ_2 τα μήκη των διαγωνίων

Επειδή ο ρόμβος έχει διαγώνιους κάθετες με μήκη ΑΒ = 6 και ΓΔ = 12 τότε το

εμβαδόν του θα είναι $E = \frac{6 \cdot 12}{2} = 36$ τ.μ. Επομένως ο ρόμβος είναι ισοδύναμος με

το τραπέζιο.

Θέμα 4ο

Α. Αφού το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ έχει $\Gamma = 30^0$ τότε $AB = \frac{B\Gamma}{2} = 5$ άρα

ΑΔ = ΑΕ = ΑΒ = 5 ως ακτίνες του κύκλου.

Το τρίγωνο ΑΔΒ είναι ισοσκελές με $B = 60^0$ άρα είναι ισόπλευρο επομένως

ΔΒ = 5, άρα το Δ είναι μέσο της ΒΓ

Β. Ο κυκλικός τομέας κέντρου Α, και τόξου $\overset{\frown}{\Delta E}$ έχει επίκεντρη γωνία $E\hat{A}\Delta = \hat{\Gamma} = 30^o$

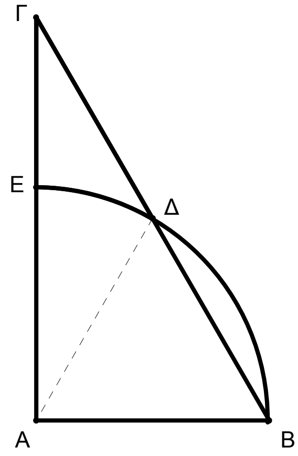
και ακτίνα 5 επομένως το εμβαδόν του είναι $E_1 = \frac{\pi\rho^2\mu^0}{360^0} = \frac{\pi \cdot 25 \cdot 30^0}{360^0} = \frac{25\pi}{12}$ τ.μ.

Γ. Η πλευρά ΑΓ του ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ βρίσκεται από $ΑΓ^2 = ΒΓ^2 - ΑΒ^2$

$ΑΓ^2 = 75$ άρα ΑΓ = $5\sqrt{3}$ επομένως ΓΕ = $5\sqrt{3} - 5$

Το μήκος του τόξου $\widehat{ΔΕ}$ είναι $l_{\widehat{ΔΕ}} = \frac{\pi\rho\mu^0}{180^0} = \frac{\pi \cdot 5 \cdot 30^0}{180^0} = \frac{5\pi}{6}$ άρα η περίμετρος του μικτόγραμμου τριγώνου

ΓΔΕ είναι ΓΕ + $l_{\widehat{ΔΕ}}$ + ΔΓ = $5\sqrt{3} - 5 + \frac{5\pi}{6} + 5 = \frac{5\pi}{6} + 5\sqrt{3}$



Δ. Το εμβαδόν του μικτόγραμμου τριγώνου ΓΔΕ προκύπτει αν από το εμβαδόν του τριγώνου ΓΔΕ αφαιρέσουμε το εμβαδόν του κυκλικού τομέα του Β ερωτήματος.

Επειδή ΑΔ διάμεσος στο τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει

$$(ΓΔΕ) = \frac{1}{2}(ΑΒΓ) = \frac{1}{2} \cdot \frac{5 \cdot 5\sqrt{3}}{2} = \frac{25\sqrt{3}}{4}$$

Άρα το εμβαδόν του μικτόγραμμου τριγώνου είναι

$$E = (ΓΔΕ) - E_1 = \frac{25\sqrt{3}}{4} - \frac{25\pi}{12}$$