ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΙΟΥΝΙΟΥ 2007 ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

**ΘΕΜΑ 1ο**

Α. Αν $A(x_1,y_1)$ και $B(x_2,y_2)$ δύο σημεία του επιπέδου και $M(x,y)$ το μέσο του ΑΒ δείξτε ότι $x=\frac{x_1+x_2}{2}$ και $y=\frac{y_1+y_2}{2}$ (10μ)

Β. α) Να γραφεί ο ορισμός της παραβολής με εστία το Ε και διευθετούσα την ευθεία δ (3μ)

β) Αν $\lambda \in \mathbb{R}^*$ και $\vec{a}$ μη μηδενικό διάνυσμα να δοθεί ο ορισμός του διανύσματος $\lambda\vec{a}$ (4μ)

Γ. Να χαρακτηρίσετε με τις λέξεις «Σωστό» ή «Λάθος» τις προτάσεις:

i) Αν $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}$ τότε $|\vec{a}| = -|\vec{b}|$ (2μ)

ii) Αν $\vec{a} = -\vec{b}$ τότε $\vec{a}\cdot\vec{b} + |\vec{a}|\cdot|\vec{b}| = 0$ (2μ)

iii) Η εφαπτομένη του κύκλου $x^2+y^2=25$ στο $A(3,4)$ είναι η ευθεία $3x+4y=25$ (2μ)

iv) Η εξίσωση $x^2+y^2+Ax+By+\Gamma=0$ παριστάνει κύκλο για κάθε $A, B, \Gamma \in \mathbb{R}$ (2μ)

**ΘΕΜΑ 2ο**

Έστω τα διανύσματα $\vec{a}, \vec{b}, \vec{\gamma}$ τέτοια ώστε
$\frac{|\vec{a}|}{2} = |\vec{b}| = \frac{|\vec{\gamma}|}{3} = 1$ και $\vec{a}+\vec{b}+\vec{\gamma} = \vec{0}$

α) Να υπολογιστούν τα $\vec{a}\cdot\vec{b}$, $\vec{a}\cdot\vec{\gamma}$ (10μ)

β) Να υπολογιστούν οι $(\widehat{\vec{a},\vec{b}})$ και $(\widehat{\vec{a},\vec{\gamma}})$ (8μ)

γ) Δείξτε ότι $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$ και $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{\gamma}$ (7μ)

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται το τρίγωνο με κορυφές τα $O(0,0)$, $B(\lambda-1, \lambda+2)$, $\Gamma(3,-2)$ με $\lambda \in \mathbb{R}$ και $\lambda \neq -\frac{2}{5}$

Α: Αν $\lambda=1$ να βρεθούν

α) η εξίσωση της ευθείας ΒΓ (5μ)

β) η απόσταση του Ο από την ΒΓ (5μ)

γ) το (ΟΒΓ) (5μ)

Β: Να αποδειχθεί ότι το Β κινείται σε ευθεία όταν λ μεταβάλλεται (5μ)

Γ: Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου που έχει κέντρο το Γ και εφάπτεται στον $x'x$. (5μ)

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η εξίσωση $C_\lambda: x^2+y^2-2\lambda^2 x+4\lambda y=0$, $\lambda \in \mathbb{R}^*$

Α: Δείξτε ότι η $C_\lambda$ παριστάνει κύκλο για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}^*$ ο οποίος διέρχεται από το $O(0,0)$. (10μ)

Β: Να αποδειχθεί ότι τα κέντρα των $C_\lambda$ βρίσκονται σε παραβολή της οποίας να βρεθεί η εστία και η διευθετούσα (10μ)

Γ: Αν η ευθεία $x-y+4=0$ τέμνει την $C_\lambda$ στα Α, Β έτσι ώστε $A\hat{O}B=\frac{\pi}{2}$ να βρεθεί το λ. (5μ)

Τετάρτη 23/05/2007

οι Καθηγητές