

ΤΑΣΕ Β' (ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ)
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ

ΘΕΜΑ Α

Α) Έστω $\vec{\alpha}, \vec{\nu}$ δύο διανύσματα του επιπέδου με $\vec{\alpha} \neq \vec{0}$. Να αποδείξετε ότι:

$$\vec{\alpha} \cdot \vec{\nu} = \vec{\alpha} \cdot \text{προβ}_{\vec{\alpha}} \vec{\nu}. \quad (8 \text{ μονάδες}).$$

Β) Δίνονται δύο σημεία ενός επιπέδου E' και E . Τι ονομάζουμε έλλειψη με εστίες τα σημεία αυτά ; (5 μονάδες).

Γ) Να χαρακτηρίσετε σαν **Σωστό** ή **Λάθος** καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις

i) Δίνονται τα σημεία $A(\chi_1, \psi_1), B(\chi_2, \psi_2)$ με $\chi_1 \neq \chi_2$. Τότε ο συντελεστής διεύθυνσης του διανύσματος με άκρα A, B είναι: $\lambda = \frac{\psi_2 - \psi_1}{\chi_1 - \chi_2}$.

ii) Η ευθεία με εξίσωση $\lambda\chi + B\psi + \Gamma = 0$ είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{\delta} = (A, B)$.

iii) Η έλλειψη $\frac{\chi^2}{\alpha^2} + \frac{\psi^2}{\beta^2} = 1, \alpha > \beta > 0$ έχει τις εστίες της πάνω στον άξονα $\chi' \chi$.

iv) Το εμβαδόν τριγώνου $AB\Gamma$ δίνεται από τη σχέση: $(AB\Gamma) = \frac{1}{2} \det(\vec{AB}, \vec{A\Gamma})$.

(12 μονάδες).

ΘΕΜΑ Β

Για τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ δίνεται ότι $|\vec{\alpha}| = \sqrt{2}, |\vec{\beta}| = 2\sqrt{2}$ και $\left(\hat{\vec{\alpha}}, \hat{\vec{\beta}}\right) = \frac{\pi}{6}$.

Να υπολογίσετε:

α) το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$. (8 μονάδες).

β) το $(\vec{\alpha} + \vec{\beta})^2$ (8 μονάδες).

γ) το εσωτερικό γινόμενο $(2\vec{\alpha} + 3\vec{\beta}) \cdot (4\vec{\alpha} - 5\vec{\beta})$. (9 μονάδες).

ΘΕΜΑ Γ

Δίδονται τα σημεία του επιπέδου $M(2\lambda - 1, \lambda + 1), \lambda \in \mathbb{R}$.

α) Να αποδείξετε ότι για τις διάφορες τιμές του λ τα σημεία αυτά ανήκουν στην ευθεία

(ε): $\chi - 2\psi + 3 = 0$ (9 μονάδες).

β) Να αποδείξετε ότι η απόσταση της αρχής των αξόνων από την ευθεία (ε) είναι ίση με

$\frac{3}{5}\sqrt{5}$ (8 μονάδες).

γ) Να βρεθούν οι συντεταγμένες του σημείου της ευθείας (ε) που απέχει από την αρχή των αξόνων την παραπάνω απόσταση. (8 μονάδες).

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η παραβολή $C: \psi^2 = 12\chi$.

α) Να βρεθεί η εστία, η διευθετούσα της παραβολής και οι συντεταγμένες των σημείων τομής A, B της ευθείας $\chi = 3$ με την παραβολή C . (8 μονάδες).

β) Βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης (ε) της παραβολής στο σημείο $A(3,6)$ του προηγούμενου ερωτήματος. (8 μονάδες).

γ) Βρείτε την εξίσωση του κύκλου C_1 : με κέντρο στον άξονα $\chi' \chi$ και με εφαπτομένη την (ε) στο $A(3,6)$ (9 μονάδες).

Χανιά 22-5-2012

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Οι καθηγητές