ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗ Δ/ΝΣΗ Π. & Δ. ΕΚΠ/ΣΗΣ ΑΝ.ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ-ΘΡΑΚΗΣ
Δ/ΝΣΗ Δ/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ Ν.ΡΟΔΟΠΗΣ
1^{ο} ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΚΟΜΟΤΗΝΗΣ

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά Θετικής και Τεχνολογικής Κατεύθυνσης
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 21/05/2013
ΤΑΞΗ: Β΄

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2013

ΘΕΜΑ Α

Α1. Αν λ_1, λ_2 οι συντελεστές διεύθυνσης των διανυσμάτων $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$ αντίστοιχα να αποδείξετε την ισοδυναμία: $\vec{\alpha} \,//\, \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2$.

Α2. α) Έστω Ε΄ και Ε δύο σημεία ενός επιπέδου. Τι ονομάζεται υπερβολή με εστίες τα σημεία Ε΄ και Ε;

β) Να γράψετε την εξίσωση της υπερβολής που έχει εστίες Ε΄(–γ, 0) και Ε(γ, 0) και κορυφές Α΄(–α, 0) και Α(α, 0).

Α3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν με τη λέξη Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ).

α) Η παραβολή $x^2 = 2py$ έχει εστία $E\left(0, \frac{p}{2}\right)$.

β) Για την εκκεντρότητα ε της έλλειψης C: $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$ ισχύει: $0 < \varepsilon < 1$.

γ) Η ευθεία Ax + By + Γ = 0 είναι πάντα παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{\delta} = (A, -B)$.

δ) Οι συντεταγμένες (x, y) του διανύσματος με άκρα τα σημεία $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ δίνονται από τις σχέσεις: $x = x_2 - x_1$ και $y = y_2 - y_1$.

ε) Η ευθεία που διέρχεται από το $A(x_0, y_0)$ και είναι παράλληλη στον x΄x έχει εξίσωση $x = x_0$.

(Μονάδες 7 + 5 + 3 + 5 x 2 = 25)

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (3, -4)$ και $\vec{\beta}$ για τα οποία ισχύουν: $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 5$ και $\left(\widehat{\vec{\alpha}, \vec{\beta}}\right) = \frac{\pi}{3}$.

Β1. Να αποδείξετε ότι $|\vec{\alpha}| = 5$.

Β2. Να υπολογίσετε το μέτρο του διανύσματος $\vec{\beta}$.

Β3. Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{u} = \vec{\alpha} - 5\vec{\beta}$ είναι κάθετα.

Β4. Να βρείτε διάνυσμα $\vec{\gamma} = (12, \lambda)$, το οποίο να είναι παράλληλο στο διάνυσμα $\vec{\alpha}$.

(Μονάδες 6 + 6 + 6 + 7 = 25)

ΘΕΜΑ Γ

Σε τρίγωνο ΑΒΓ με κορυφές Α(4, 3), Β(2, 5) και Γ(2, –1), να βρείτε:

Γ1. Την εξίσωση της πλευράς ΑΒ.

Γ2. Την εξίσωση της πλευράς ΒΓ.

Γ3. Το εμβαδό του τριγώνου ΑΒΓ.

Γ4. Το συμμετρικό σημείο του Γ ως προς την ευθεία ΑΒ.

(Μονάδες 4 + 3 + 6 + 12 = 25)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η παραβολή C_1: $y^2 = 2px$, το σημείο Α(2κ, κ) και η εξίσωση $x^2 + y^2 + (\kappa^2 + 2\kappa)x - \kappa y - 6\kappa - 8 = 0$, $\kappa \in \mathbb{R}$ (1).

Δ1. Αν η ευθεία δ: $x = \frac{1}{2}$ είναι διευθετούσα της C_1, να βρείτε την εξίσωση της C_1.

Δ2. α) Να υπολογίσετε για ποιες τιμές του κ το σημείο Α ανήκει στην παραβολή C_1.

β) Για κάθε μια από τις παραπάνω τιμές να αποδείξετε ότι η (1) παριστάνει κύκλο και να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του.

Δ3. Για κ = – 4 :

α) να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων του αντίστοιχου κύκλου που προέκυψε από την (1), οι οποίες διέρχονται από το Α.

β) να αποδείξετε ότι το σημείο Α, το κέντρο του παραπάνω κύκλου και η αρχή των αξόνων είναι συνευθειακά σημεία.

(Μονάδες 4 + 3 + 6 + 8 + 4 = 25)

**** Δόθηκε η εξής διευκρίνιση: το ερώτημα Δ1 μπορεί και πρέπει να χρησιμοποιηθεί για το ερώτημα Δ2 (α).*