

ΘΕΜΑΤΑ ΓΡΑΠΤΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ  
ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ  
ΠΕΡΙΟΔΟΥ: ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

A Έστω τα διανύσματα  $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ ,  $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$ ,  $\vec{\gamma} = (x_3, y_3)$

Να δείξετε ότι:

1.  $\vec{\alpha} \cdot (\vec{\beta} + \vec{\gamma}) = \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} + \vec{\alpha} \cdot \vec{\gamma}$ .

2.  $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 \lambda_2 = -1$  όπου  $\lambda_1 = \lambda_{\vec{\alpha}}$ ,  $\lambda_2 = \lambda_{\vec{\beta}}$ ,  $\vec{\alpha}, \vec{\beta} \not\parallel y'y$

**Μονάδες 10**

B Να δώσετε το ορισμό της παραβολής.

**Μονάδες 5**

Γ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

1. Αν  $A(x_1, y_1)$  και  $B(x_2, y_2)$  τότε οι συντεταγμένες του

μέσου M του AB είναι  $x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}$ ,  $y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$

2. Το εμβαδόν τριγώνου ABΓ είναι

$$(AB\Gamma) = \frac{d(B, \Gamma) \cdot d(A, \varepsilon_{B\Gamma})}{2}$$

3. Όλες οι ευθείες που διέρχονται από την αρχή των αξόνων είναι της μορφής  $y = \lambda x$

4. Αν C η έλλειψη με εξίσωση  $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$  η εφαπτομένη στο

σημείο της  $M_1(x_1, y_1)$  είναι  $\frac{xx_1}{\alpha^2} + \frac{yy_1}{\beta^2} = 1$

5. Η εξίσωση  $x^2 + y^2 = \alpha$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}$  παριστάνει κύκλο.

**Μονάδες 5x2=10**

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

Δίνονται τα σημεία  $A(3,2), B(5, \alpha - 1), \Gamma(4,1)$

1. Για ποιες τιμές του  $\alpha$  είναι κορυφές τριγώνου;

**Μονάδες 6**

2. Αν το εμβαδόν του τριγώνου  $AB\Gamma$  είναι ίσο με 2 να βρείτε τις τιμές του  $\alpha$ .

**Μονάδες 7**

3. Για  $\alpha=3$  να βρείτε τις εξισώσεις της πλευράς  $B\Gamma$  και της διαμέσου  $AM$ .

**Μονάδες 12**

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>**

Δίνονται οι εξισώσεις  $C_1 : (x+2)^2 + (y-3)^2 = 1$  και

$$C_2 : x^2 + y^2 - 8x + 4y + 16 = 0$$

1. Να δείξετε ότι η  $C_2$  παριστάνει κύκλο της οποίας να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα.

**Μονάδες 8**

2. Να βρείτε τη σχετική θέση των δύο κύκλων.

**Μονάδες 8**

3. Αν  $M$  και  $N$  σημεία των  $C_1$  και  $C_2$  αντίστοιχα να βρείτε την ελάχιστη και μέγιστη απόσταση των  $M$  και  $N$

**Μονάδες 9**

**ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>**

Δίνονται τα μη μηδενικά διανύσματα  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$  με  $\vec{\alpha} \neq \vec{\beta}$  και η εξίσωση

$$x^2 + y^2 - 2|\vec{\alpha} - 2\vec{\beta}|x - 2|2\vec{\alpha} - \vec{\beta}|y + \vec{\alpha}^2 + \vec{\beta}^2 = 0 \quad (1)$$

1. Να δείξετε ότι η (1) παριστάνει κύκλο με ακτίνα  $\rho = 2|\vec{\alpha} - \vec{\beta}|$

**Μονάδες 8**

2. Εάν  $|\vec{\alpha}| = 2, |\vec{\beta}| = 1, |\vec{\gamma}| = 5$  με  $2\vec{\alpha} + \vec{\beta} + \vec{\gamma} = \vec{0}$

- 2.1 Δείξτε ότι  $\vec{\alpha} = 2\vec{\beta}$

**Μονάδες 8**

- 2.2 Βρείτε το κέντρο  $K$  και την ακτίνα  $\rho$  του κύκλου (1)

**Μονάδες 4**

- 2.3 Εάν  $K'$  συμμετρικό του  $K$  ως προς την αρχή των αξόνων και  $M(x, y)$  σημείο του επιπέδου βρείτε την εξίσωση της γραμμής που κινείται το  $M$  ώστε το τρίγωνο  $KMK'$  να έχει περίμετρο 16.

Μονάδες 5

ΚΟΖΑΝΗ 21-5-2013

Ο διευθυντής

Μπονάτσος Βλάσης

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

- 1 *Ιωαννίδης Ζ*
- 2 *Μπαμπαλή Α.*
- 3 *Πιτσιονγκας Γ.*
- 4 *Πλιάτσιος Α.*