$7^{ο}$ Γενικό Λύκειο Περιστερίου	
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2013	
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ	
ΤΑΞΗ: Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ	ΤΜΗΜΑ:
ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΜΑΘΗΤΗ:	
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:	
ΕΠΙΤΗΡΗΤΕΣ: …….. ……..	

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη του κύκλου με εξίσωση $x^2 + y^2 = \rho^2$ $(\rho > 0)$ στο σημείο του $A(x_1, y_1)$ έχει εξίσωση $xx_1 + yy_1 = \rho^2$.

Μονάδες 10

Β. Τι ονομάζουμε εσωτερικό γινόμενο των $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$;

Μονάδες 5

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα αναφοράς σας τη λέξη "**Σωστό"** αν η πρόταση είναι σωστή και "**Λάθος"** αν η πρόταση είναι λανθασμένη, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε μία από τις προτάσεις: ***Γ1, Γ2, Γ3, Γ4*** και ***Γ5***.

Γ1. Η ευθεία με εξίσωση $Ax + By + Γ = 0$ είναι πάντα παράλληλη στο $\vec{\delta} = (B, -A)$.

Γ2. Η ευθεία με εξίσωση $x = x_0$ (όπου x_0 σταθερός αριθμός) είναι παράλληλη στον άξονα x΄x.

Γ3. Η εξίσωση $x^2 + y^2 + Ax + By + Γ = 0$ με $B^2 - 4AΓ > 0$ παριστάνει πάντα κύκλο.

Γ4. Αν για τα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ έχουμε ότι $\left|\vec{\alpha}\right| = \left|\vec{\beta}\right|$, τότε ισχύει πάντα $\vec{\alpha} = \vec{\beta}$.

Γ5. Για τα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ ισχύει πάντα ότι $\text{προβ}_{\vec{\alpha}}\vec{\beta} = \lambda\vec{\alpha}$, όπου $\lambda \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται ο κύκλος (C) ο οποίος έχει κέντρο το Ο(0, 0), ακτίνα $\rho = \sqrt{5}$ και τα σημεία του Μ, Ν, όπου Μ(1, 2) και το Ν έχει τετμημένη ίση με 2 και αρνητική τεταγμένη.

α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της εφαπτομένης (ε) του κύκλου (C) στο σημείο Μ έχει εξίσωση $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$.

Μονάδες 6

β) Αν Α, Β είναι τα σημεία τομής της ευθείας (ε) του α ερωτήματος με τους άξονες x΄x, y΄y, αντίστοιχα, να βρείτε το ύψος του τριγώνου ΟΑΒ που διέρχεται από την κορυφή Ο.

Μονάδες 7

γ) Να αποδείξετε ότι το εμβαδό του τριγώνου ΟΑΒ του β ερωτήματος είναι ίσο με $\frac{25}{4}$ τετραγωνικές μονάδες.

Μονάδες 6

δ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{MN}$.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ ≠ ΑΓ) και το ύψος του ΑΔ, όπου το Α έχει συντεταγμένες φυσικούς αριθμούς, Β(−2, −2), Δ(0, 4) και Γ(1, 7).

α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ΑΔ.

Μονάδες 6

β) Να βρείτε το $\vec{BA}\cdot\vec{B\Gamma}$.

Μονάδες 7

γ) Αν επιπλέον $\hat{AB\Gamma} = 45^o$, να αποδείξετε ότι το Α έχει συντεταγμένες (6, 2).

Μονάδες 6

δ) Αν $\hat{AB\Gamma} = 45^o$ και Κ(14, −33), να αναλύσετε το $\vec{K\Gamma}$ σε δύο κάθετες συνιστώσες, όπου η μία είναι παράλληλη στο $\vec{AB}$.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται το σημείο $M\left(\frac{2t^2}{1+t^2}, -\frac{2t}{1+t^2}\right)$, $t \in \mathbb{R}$ και οι εξισώσεις (ε_λ) $(2\lambda-4)x + 2\sqrt{3}y - 1 - \lambda = 0, \lambda \in \mathbb{R}$.

α) Να αποδείξετε ότι το σημείο Μ ανήκει σε κύκλο (C) με κέντρο το σημείο Κ(1, 0).

Μονάδες 5

β) Να αποδείξετε ότι οι εξισώσεις (ε_λ) εκφράζουν ευθεία για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 4

γ) Να αποδείξετε ότι οι ευθείες (ε_λ) διέρχονται από σταθερό σημείο Α, το οποίο ανήκει στον κύκλο (C) και η εφαπτομένη (ε) στο Α έχει εξίσωση $x - \sqrt{3}y + 1 = 0$.

Μονάδες 9

δ) Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που είναι κάθετες στην (ε) και εφάπτονται του κύκλου (C) του (α) ερωτήματος.

Μονάδες 7

Καλή Επιτυχία

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Ψύχαλος Γεώργιος

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Παπαβλάχος Ευστάθιος
Πρωτοπαπάς Ελευθέριος