ΘΕΜΑΤΑ ΤΕΛΙΚΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Β' 2013

1ο **Α1**) Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a}=(x_1,y_1)$ και $\vec{\beta}=(x_2,y_2)$. Πότε τα διανύσματα είναι ίσα ; Πως υπολογίζεται το $\vec{a}+\vec{\beta}$ και πως το $\vec{a}\cdot\vec{\beta}$; ΜΟΝΑΔΕΣ 6

Α2) Αν τα δύο διανύσματα δεν είναι παράλληλα προς τον άξονα y'y , δείξτε ότι : $\vec{a}\perp\vec{\beta}\Leftrightarrow\lambda_{\vec{a}}\cdot\lambda_{\vec{\beta}}=-1$ ΜΟΝΑΔΕΣ 9

Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις με τη ένδειξη τη ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ :

B_1) Αν για δύο διανύσματα ισχύει : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{\Gamma\Delta}$ τότε ισχύει και : $\overrightarrow{A\Gamma}=\overrightarrow{B\Delta}$ ΜΟΝΑΔΕΣ 2

B_2) Αν $A(x_1, y_1)$ *και* $B(x_2, y_2)$ είναι τα άκρα του ευθ. τμήματος ΑΒ τότε το μέσο του είναι το $M(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2})$ ΜΟΝΑΔΕΣ 2

B_3) Οι ευθείες με τύπους Ax + By + Γ = 0 και Bx - Ay - Γ = 0 είναι κάθετες. ΜΟΝΑΔΕΣ 2

B_4) Η απόσταση του σημείου $M_0(x_0,y_0)$ από την ευθεία ε , με εξίσωση : Ax+By+Γ=0 δίνεται από τον τύπο : $d(M_0,\varepsilon)=\frac{|Ax_0+By_0+\Gamma|}{\sqrt{x_0^2+y_0^2}}$ ΜΟΝΑΔΕΣ 2

B_5) Η εξίσωση : $x^2+y^2+Ax+By+\Gamma=0$, παριστάνει κύκλο , αν $B^2-4A\Gamma>0$ ΜΟΝΑΔΕΣ 2

2ο Δίνονται τα σημεία Α(2 ,-1) , Β(0 ,1) και Γ(7, 4) του καρτεσιανού επιπέδου .

ι) Βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου Μ , του τμήματος ΒΓ ΜΟΝΑΔΕΣ 4

ιι) Βρείτε το συντελεστή διεύθυνσης του διανύσματος $\overrightarrow{AM}$ ΜΟΝΑΔΕΣ 7

ιιι) Βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ ΜΟΝΑΔΕΣ 7

ιν) Δείξτε ότι $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{A\Gamma}$ ΜΟΝΑΔΕΣ 7

3ο Τρίγωνο έχει κορυφές τα σημεία Α(α , 0) , Β(0 , β) και Γ(α+β , β) , με α , β > 0

Ι) Δείξτε ότι η πλευρά ΑΒ είναι μικρότερη από την ΒΓ ΜΟΝΑΔΕΣ 7

ΙΙ) Δείξτε ότι η γωνία $A\Gamma B$ είναι 45^0 ΜΟΝΑΔΕΣ 8

ΙΙΙ) Δείξτε ότι το κέντρο του περιγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου , βρίσκεται πάνω στην ευθεία y=x. ΜΟΝΑΔΕΣ 10

4ο

Ι) Δείξτε ότι όλες οι ευθείες οι οποίες ικανοποιούν την εξίσωση $kx-y+k+1=0$, $k\in\mathbb{R}$ (1), διέρχονται από σταθερό σημείο , το οποίο είναι το **Σ(-1,1)** ΜΟΝΑΔΕΣ 5

ΙΙ) Βρείτε τις δύο τιμές του k , για τις οποίες οι ευθείες που προκύπτουν από την (1), εφάπτονται στην παραβολή με εξίσωση : $y^2=8x$ και βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων επαφής ΜΟΝΑΔΕΣ 10

ΙΙΙ) Βρείτε την τιμή του k, ώστε η ευθεία που προκύπτει από την (1), , να σχηματίζει με τους ημιάξονες Ox , Oy, τρίγωνο **ΟΑΒ** εμβαδού $\frac{8}{5}\tau.\mu.$ ΜΟΝΑΔΕΣ 10