

ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΙΠΠΕΙΟΥ
ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β' ΤΑΞΗΣ
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2013
ΤΡΙΤΗ 28 ΜΑΪΟΥ 2013
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο $A(x_0, y_0)$ και έχει συντελεστή διεύθυνσης λ είναι η :

$$y - y_0 = \lambda(x - x_0). \quad \text{Μονάδες 10}$$

A2. Έστω μια ευθεία δ και ένα σημείο E εκτός αυτής. Να δώσετε τον ορισμό της παραβολής με εστία το σημείο E και διευθετούσα την ευθεία δ . **Μονάδες 5**

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας την κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Δύο ελλείψεις με τις ίδιες εστίες λέγονται όμοιες.

β. Για οποιοδήποτε διάνυσμα \vec{a} , ισχύει $\vec{a}^2 = |\vec{a}|^2$

γ. Όταν ο συντελεστής διεύθυνσης μιας ευθείας είναι θετικός αριθμός, τότε η ευθεία σχηματίζει οξεία γωνία με τον άξονα $x'x$.

δ. Η ευθεία $Ax + By + \Gamma = 0$ είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{\delta} = (A, B)$

ε. Η εξίσωση της εφαπτομένης της παραβολής $y^2 = 2px$ στο σημείο της (x_1, y_1) δίνεται από τον τύπο $yy_1 = 2p(x + x_1)$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα σημεία $A(2, 3)$, $B(1, 4)$ και $\Gamma(4, 6)$.

B1. Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{A\Gamma}$ **Μονάδες 6**

B2. Να βρείτε το μέτρο του διανύσματος \vec{u} , όπου $\vec{u} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{A\Gamma}$ **Μονάδες 6**

B3. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας AB . **Μονάδες 6**

B4. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο Γ

και είναι κάθετη στην ευθεία AB .

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται τα σημεία $A(4,0)$, $B(2, -2)$ και $\Gamma(2\lambda^2, \lambda^2 - 5)$, με $\lambda \in \mathbb{R}$.

Γ1. Να βρείτε τη γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα \overrightarrow{AB} με τον άξονα $x'x$. *Μονάδες 5*

Γ2. Να αποδείξετε ότι τα σημεία A, B, Γ σχηματίζουν τρίγωνο για κάθε τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$
Μονάδες 8

Γ3. Να βρείτε τις τιμές του λ , ώστε το τρίγωνο $AB\Gamma$ να έχει εμβαδόν 5 τ.μ.

Μονάδες 5

Γ4. Να βρείτε την εξίσωση της έλλειψης η οποία έχει κέντρο την αρχή των αξόνων O , εστίες πάνω στον άξονα $x'x$, κορυφή το σημείο A και διέρχεται από το σημείο B .

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση $C: (x - 1)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + \lambda(x + y) = \frac{5}{4}$, με $\lambda \in \mathbb{R}$.

Δ1. Να αποδείξετε ότι η C παριστάνει κύκλο για κάθε τιμή του λ , του οποίου να βρείτε το κέντρο. *Μονάδες 7*

Δ2. Να αποδείξετε ότι όλοι οι κύκλοι της εξίσωσης C διέρχονται από την αρχή των αξόνων O . *Μονάδες 3*

Δ3. Αν η ευθεία $\varepsilon: 2x - y + 1 = 0$ τέμνει τον κύκλο στα σημεία A και B , έτσι ώστε να ισχύει $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$, τότε:

α. Να βρείτε την τιμή του λ , και στη συνέχεια

Μονάδες 9

β. Να βρείτε σημείο N του κύκλου, ώστε το τετράπλευρο $OANB$ να είναι ορθογώνιο. *Μονάδες 6*

➤ Να απαντήσετε **στην κόλλα σας**, σε όλα τα θέματα.

ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Ο ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ